Differenzieren / Kurvendiskussion

Aufgabe 1: Differenzieren Sie

(a) $f(x) = \left(1 - 3x^2\right)^4$

(b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 2}$

(c) $f(x) = \dfrac{1 - x}{\sqrt{x}}$

(d) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x - 1}{x + 1}}$

(e) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x} - 1}$

Aufgabe 2: Skizzieren Sie $f(x)$ und $f'(x)$ für die folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = 1 - 2x$

(b) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

(c) $f(x) = \dfrac{x - 1}{x + 1}$

Aufgabe 3: Skizzieren Sie die Funktionen und bestimmen Sie eventuelle Hoch- und Tiefpunkte

(a) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$

(b) $f(x) = \dfrac{x + 2}{x^2 + 1}$

(c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$

Aufgabe 4: Skizzieren Sie die Funktionen und bestimmen Sie eventuelle Wendepunkte.

(a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + a^2}$

(b) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 + 1}$

Aufgabe 5: Bilden Sie die Ableitungen von

(a) $\sin(x^2)$

(b) $\sin^2 x$

(c) $\sin[a\ \cos(bx)]$

Aufgabe 6: Skizzieren Sie $f(x)$ und $f'(x)$ für die folgenden Funktionen:

(a) $x^2 e^{-x}$

(b) $e^{-a\,x^2} \qquad (a > 0)$

(c) $\dfrac{1}{e^x + 1}$

Aufgabe 7: Bestimmen Sie Verlauf und eventuelle Extrema von

(a) $x\ \ln x$

(b) $\ln \dfrac{x}{(x+1)^2}$

Aufgabe 8:

Die Umkehrfunktionen der Hyperbelfunktionen heißen $\operatorname{arsinh} x$, $\operatorname{arcosh} x$, $\operatorname{artanh} x$ und $\operatorname{arcoth} x$. Berechnen Sie die Ableitungen von $\operatorname{arsinh} x$ und $\operatorname{arcosh} x$.