

Übungen zur Thermodynamik

3. Blatt 4. 5. 2005

Abgabe 11. 5. Postfach "Thermodynamik" nahe 1.4.16 oder in der Vorlesung

Legendre-Transformation

1. LEGENDREtransformationen spielen in der Thermodynamik eine große Rolle. Dabei braucht man nur die Eigenschaft der "Monotonie"[†] der Ableitungen und nicht die Stetigkeit der Ableitung f' der Funktion $f(x)$, die transformiert werden soll. Bei Phasenübergängen sind diese Ableitungen auch nicht immer stetig. Konstruieren Sie für

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{für } -1 < x < 1 \\ x^2 & \text{für } |x| > 1 \end{cases}$$

die LEGENDREtransformierte $g(p) = xp - f(x)$ mit $p = f'(x)$. Skizzieren Sie den Verlauf dieser Funktionen. Prüfen Sie auch, daß eine nochmalige LEGENDREtransformation wieder zurück zur Ausgangsfunktion führen würde, dh., es ist $\mathcal{L}g(p) = f(x)$ oder $\mathcal{L}^2 f(x) \equiv f(x)$.

Grüneisenparameter

2. (a) Zeigen Sie, daß mit der Definition des GRÜNEISENparameters* (S ist die Entropie)

$$\Gamma = - \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln V} \right)_S$$

man folgende Relation finden kann

$$\Gamma = \frac{\alpha_p}{\kappa_T (C_v/V)} .$$

Dabei sind die Größen

$$\alpha_p = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad \text{Ausdehnungskoeffizient,}$$

$$C_V = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V \quad \text{Wärmekapazität bei konstanten Volumen,}$$

$$\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \quad \text{isotherme Kompressibilität}$$

experimentell bestimmbar, während die Temperaturschwankung bei einer adiabatische oder isentropischen Dichteänderung z. B. in einer Schallwelle nicht so leicht meßbar sein könnte. Der GRÜNEISENparameter spielt bei thermodynamischen Untersuchungen an fester Stoffe eine wichtige Rolle.

- (b) Berechnen Sie für ideale Gase die einzelnen in (a) definierten Größen und bestimmen Sie damit Γ . Kann man in diesem Fall Γ auch direkt, wie es die Definition verlangt, berechnen?

[†] Monoton steigend bzw. monoton fallend.

* Callen, Thermodynamics