Wiederholung vom 08.11.2004

Fresnel-Formeln: Intensitäten

gemittelte Intensität $\bar{I} = \varepsilon_0 \varepsilon_1 c_1'^2 \overline{E}^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_1 c_1'^2 A^2$

berücksichtige Projektion auf die Grenzfläche (Faktor $\cos\alpha$)
Reflektionsvermögen:

$$R_{s,p} = \frac{\bar{I}_{rs,p} \cos\alpha'}{\bar{I}_{es,p} \cos\alpha} = \frac{A^2_{rs,p}}{A^2_{es,p}} = r^2_{s,p}$$

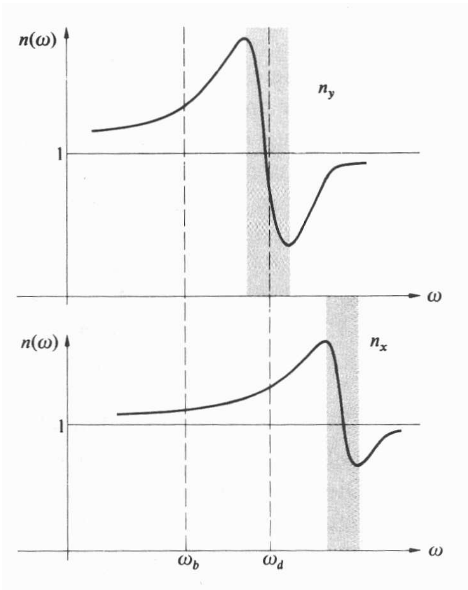
Transmissionsvermögen:

$$T_{s,p} = \frac{\bar{I}_{rs,p} \cos\beta}{\bar{I}_{es,p} \cos\alpha} = \frac{n_2 \cos\beta A^2_{gs,p}}{n_1 \cos\alpha A^2_{e,sp}} = \frac{n_2 \cos\beta}{n_1 \cos\alpha} t^2_{s,p}$$

Lichtausbreitung in nicht isotropen Medien:

Oszillator-Modell mit anisotropen zweidimensionalen Oszillatoren $\omega_x = \sqrt{D_x / m}$ $\quad \omega_y = \sqrt{D_y / m}$

Brechungsindex anisotrop



Konsequenz: Polarisation $\vec{P}$ nicht mehr parallel zu $\vec{E}$

$\Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_0 \hat{\varepsilon}\ \vec{E}$, $\hat{\varepsilon}$ ist ein Tensor

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

in Diagonalform (Hauptachsentransformation)

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}$$

Richtungen der charakteristischen Vektoren:

(im Vakuum: $\vec{E} \perp \vec{B},\ \ \vec{S} \parallel \vec{k},\ \ \vec{E},\vec{B} \perp \vec{S},\vec{k}$)

im Medium:

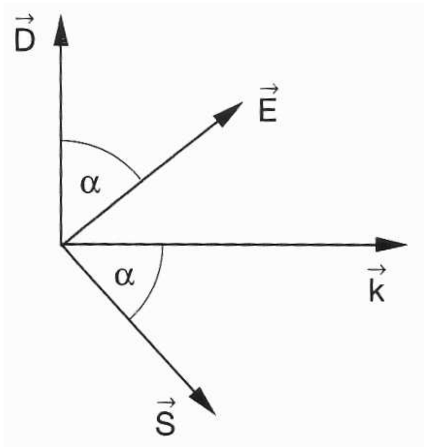
$$\nabla\vec{D} = 0 \Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{D} = 0 \Rightarrow \vec{D} \perp \vec{k}$$

$$\nabla\vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B} \perp \vec{k}$$

$$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H} = \varepsilon_0 c^2(\vec{E}\times\vec{B}) \Rightarrow \vec{B} \perp \vec{S}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{\omega}\vec{k}\times\vec{E} \Rightarrow \vec{B} \perp \vec{k},\vec{E}$$

$\Rightarrow \vec{k},\vec{S},\vec{E},\vec{D}$ liegen in einer Ebene



Polarisationsabhängiger Brechungsindex

Wellengleichung in Materie (ebene Wellen):

$$\vec{k}^{\,2}\vec{E} = \frac{\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}\vec{E} \Rightarrow n^2\vec{e}_D\hat{\varepsilon}^{-1}\vec{e}_D = 1 \qquad \vec{e}_D = \frac{\vec{D}}{|\vec{D}|}$$

$n = \sqrt{\vec{e}_D\hat{\varepsilon}^{-1}\vec{e}_D}^{\,-1}$ polarisationsabhängiger Brechungsindex

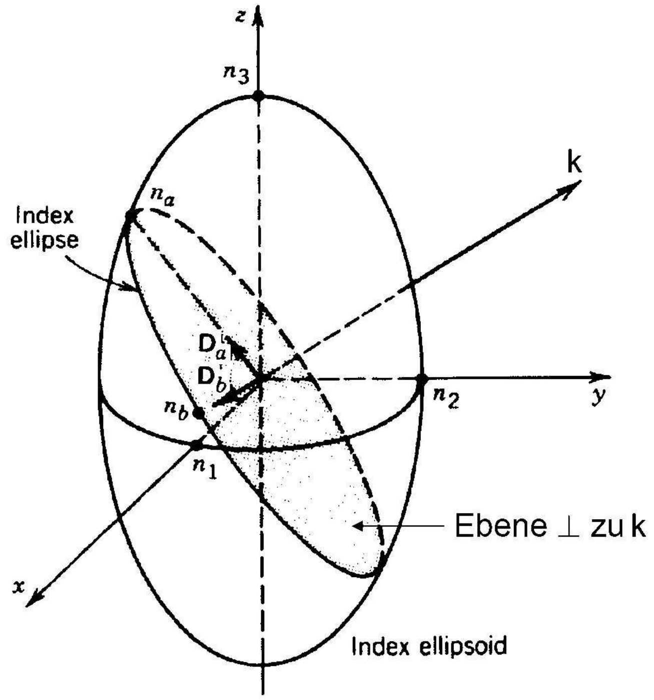
umschreiben: $(n\vec{e}_D)\hat{\varepsilon}^{-1}(n\vec{e}_D) = 1$

geometrische Veranschaulichung $(n\vec{e}_D)\hat{\varepsilon}^{-1}(n\vec{e}_D) = 1$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{n_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{n_3^2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} = 1$$

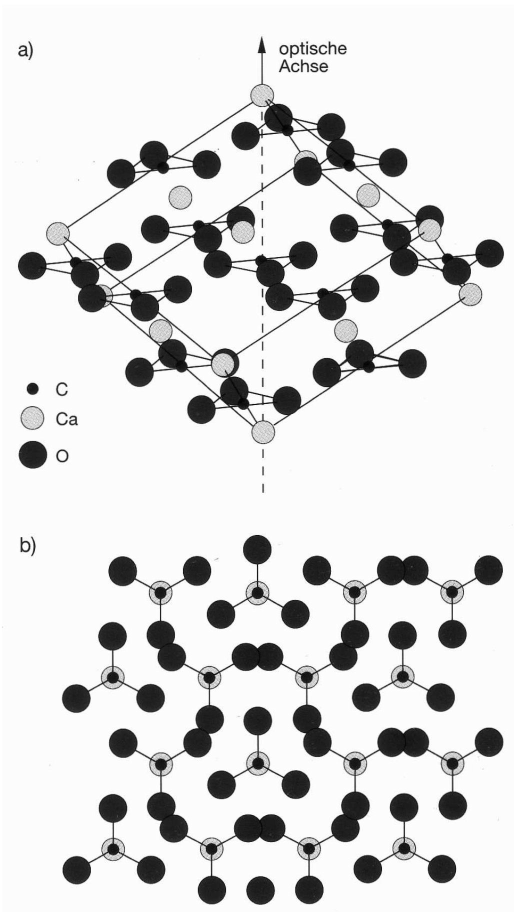
Index-Ellipsoid

Bestimmung des Brechungsindex zu gegebener Polarisation



$D_a \rightarrow n_a, D_b \rightarrow n_b$

Für $n_1 \neq n_2 \neq n_3 \neq n_1$ existieren genau zwei Richtungen, für die n unabhängig von D ist ("zweiachsiger Kristall")

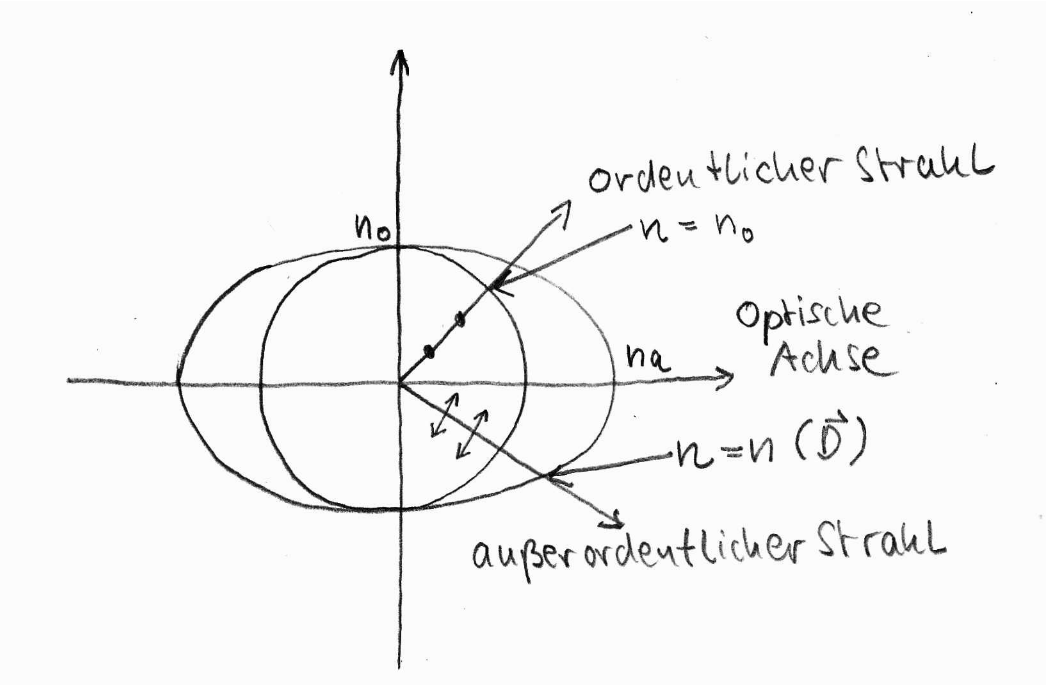


Spezialfall: $n_1 = n_2 \neq n_3$ ("einachsiger Kristall"), Indexellipsoid ist ein Rotationsellipsoid

Beispiel: $CaCO_3$ (Kalkspat)

(i) $\vec{D} \perp$ auf optischer Achse $\Rightarrow n = n_o$ unabhängig von $\vec{D}$ (ordentlicher Strahl)

(ii) $\vec{D}$ in der Ebene , die durch $\vec{k}$ und optischeAchse aufgespannt wird $\Rightarrow n_o \leq n \leq n_a$ abhängig von $\vec{D}$ (außerordentlicher Strahl)



Typische Zahlen (λ=589,3 nm)

	n_o	n_a
Quarz	1,5443	1,5534
Kalkspat	1,6584	1,4864
CdS	2,508	2,526
$LiNbO_3$	2,23	2,155