

### Brechungsindex bei Metallen

$$n^2 = 1 - \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m (\omega^2 - i\gamma\omega)} \quad \text{mit} \quad \sigma = \frac{Ne^2}{m} \tau = \frac{Ne^2}{\gamma m}$$

liefert:

$$n^2 = 1 + \frac{\sigma / \epsilon_0}{i\omega(1 + i\omega\tau)}$$

- niedrige Frequenzen  $\omega\tau \ll 1$  :

$$n = \sqrt{\sigma / 2\epsilon_0 \omega (1 - i)} \Rightarrow \mu = \sqrt{2\sigma\omega / \epsilon_0 c^2}$$

Skin-Effekt, Feld dringt bis zur Tiefe  $1/\mu$  in das Metall ein

- hohe Frequenzen  $\omega\tau \gg 1$  :

$$n^2 = \epsilon(\omega) = 1 - \frac{\sigma / \epsilon_0}{\omega^2 \tau} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$\hbar\omega_p \approx 10 - 20 eV$   $\lambda \approx 100 nm$  (außerhalb des sichtbaren Bereichs)

$\omega < \omega_p \Rightarrow n$  imaginär, starke Absorption, hohes Reflektionsvermögen

$\omega > \omega_p \Rightarrow n$  reell, Metall wird transparent

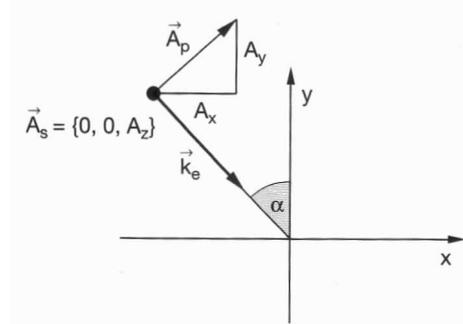
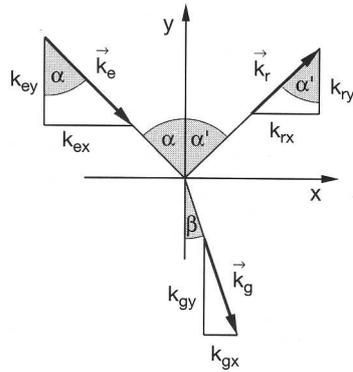
Bei diesen Betrachtungen sind Beiträge gebundener Elektronen vernachlässigt (Brechungsindex in Wirklichkeit immer komplex mit Real- und Imaginärteil)

## Amplituden bei Reflexion und Brechung: Fresnel-Formeln

$$\vec{E}_e = \vec{A}_e e^{i(\vec{k}_e \vec{r} - \omega_e t)}$$

$$\vec{E}_r = \vec{A}_r e^{i(\vec{k}_r \vec{r} - \omega_r t)}$$

$$\vec{E}_g = \vec{A}_g e^{i(\vec{k}_g \vec{r} - \omega_g t)}$$



Zerlege  $\vec{A}$  in Komponenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene

$$\vec{A}_p = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{A}_s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ A_z \end{pmatrix}$$

Berechnung für den s-polarisierten Anteil  $\vec{E}_s$ :

Stetigkeit der Parallelkomponente von  $\vec{E}$  (relativ zur Oberfläche!) liefert

$$\vec{E}_{es} + \vec{E}_{rs} = \vec{E}_{gs} \text{ und mit } \omega_e = \omega_r = \omega_g$$

$$A_{es} + A_{rs} = A_{gs} \quad (1)$$

Stetigkeit der Tangentialkomponente von  $\vec{B}$  zusammen mit

$$\vec{B} = \frac{1}{\omega} (\vec{k} \times \vec{E}) \text{ liefert zweite Bedingung}$$

$$k_{ey} A_{es} + k_{ry} A_{rs} = k_{gy} A_{gs} \quad (2)$$

Berechne  $A_{rs}$  und  $A_{gs}$  und daraus:

Reflektionskoeffizient:

$$r_s = \frac{A_{rs}}{A_{es}} = \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Transmissionskoeffizient:

$$t_s = \frac{A_{gs}}{A_{es}} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

analog für die Komponente von  $\vec{E}$  in der Einfallsebene

$$r_p = \frac{A_{rp}}{A_{ep}} = \frac{n_2 \cos \alpha - n_1 \cos \beta}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta} = -\frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)}$$

$$t_p = \frac{A_{gp}}{A_{ep}} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}$$

wichtige Konsequenz: Brewsterwinkel (p-polarisiertes Licht wird nicht reflektiert)

$$r_p = -\frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} = 0 \Rightarrow \tan \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$$

