

Gravitationswellen - Ein neues Fenster ins Universum

Axel Pelster



1. Einleitung

2. Theorie der Gravitationswellen

3. Indirekter Nachweis von Gravitationswellen

4. Direkter Nachweis von Gravitationswellen

5. Ausblick

Nobelpreis für Physik 1993



Joseph Taylor
Russell Hulse

Nobelpreis für Physik 2017



Rainer Weiss
Barry Barish
Kip Thorne

1.1 Gravitationstheorie von Isaac Newton

- **Absolutheit von Raum und Zeit**
- **Newtonsches Gravitationspotential (1687):**

$$\Phi(\mathbf{x}) = -G \int d^3x' \frac{\rho(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}$$

$$G = (6,673 \pm 0,010) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$$

- **Bestätigung: Himmelsmechanik**
- **Aber: Gravitostatik**



1.2 Relativitätstheorie von Albert Einstein

- **Spezielle Relativitätstheorie (1905):**

Raum-Zeit-Geometrie ohne Gravitation

$$ds^2 = c^2 dt^2 - d\mathbf{x}^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

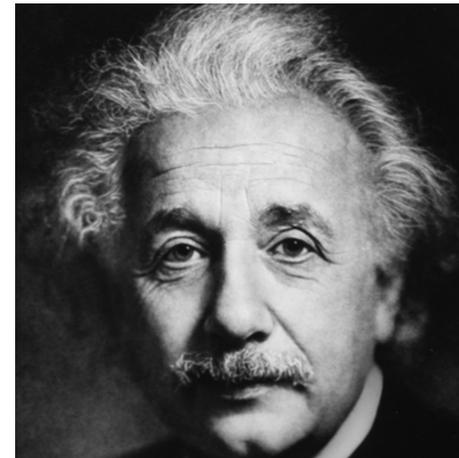
Minkowski-Metrik: $(\eta_{\mu\nu}) = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$

- **Allgemeine Relativitätstheorie (1915):**

Krümmung der Raum-Zeit = Gravitation

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Metrik $g_{\mu\nu}$: Einsteinsche Gravitationspotentiale

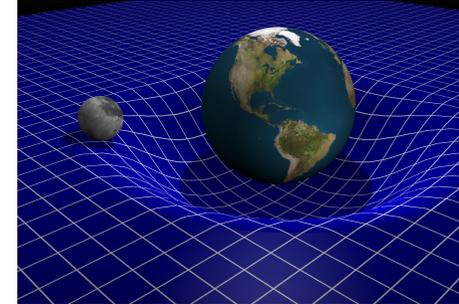


1.3 Allgemeine Relativitätstheorie

Punktmasse im Gravitationsfeld:

$$\frac{d^2 x^\lambda}{ds^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\kappa} (\partial_\mu g_{\nu\kappa} + \partial_\nu g_{\kappa\mu} - \partial_\kappa g_{\mu\nu})$$



Einsteinsche Feldgleichungen:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

$$R_{\mu\nu} = \partial_\nu \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda - \partial_\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\lambda + \Gamma_{\mu\lambda}^\sigma \Gamma_{\sigma\nu}^\lambda - \Gamma_{\mu\nu}^\sigma \Gamma_{\sigma\lambda}^\lambda, \quad R = R_\mu{}^\mu$$

Schwarzschild-Lösung (1916):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{R_S}{r}} - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2)$$

Schwarzschild-Radius: $R_S = \frac{2GM}{c^2}$ (≈ 3 km bei Sonne)

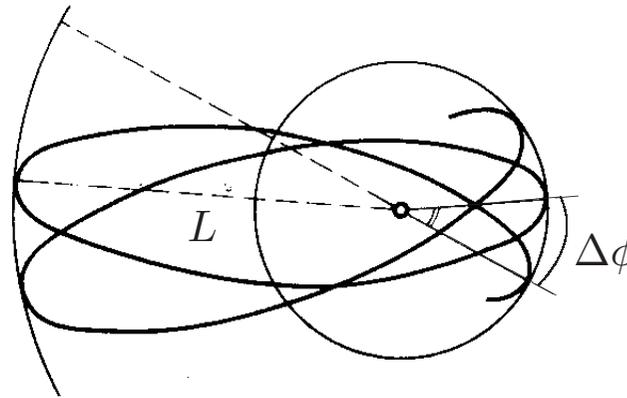


1.4 Experimentelle Bestätigung der ART

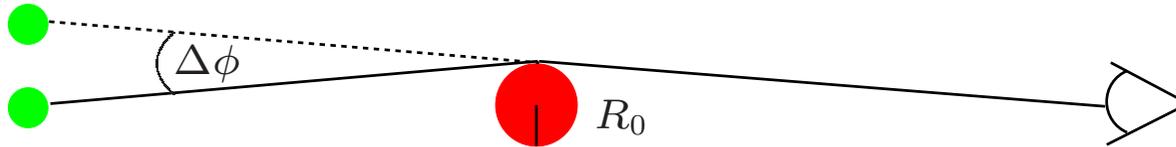
Perihel-Drehung:

$$\Delta\phi = \frac{3\pi R_S}{L}$$

(= 0,1038'' bei Merkur)



Lichtablenkung: $\Delta\phi = 2 \frac{R_S}{R_0}$ (= 1,75'' bei Sonne)



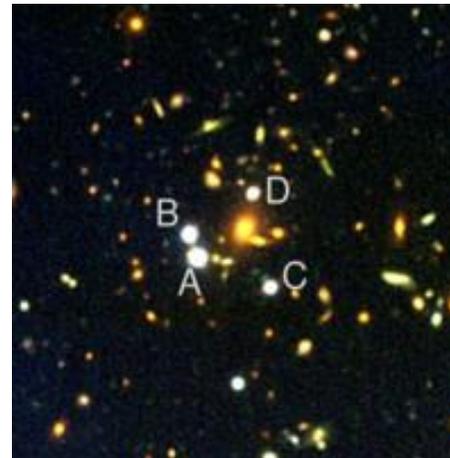
Gravitationslinseneffekt:

4 Quasarbilder

$$\Delta\phi_{\max} = 14''$$

$M \approx 100 M_{\text{Milchstraße}}$

N. Inada et al., Nature **426**, 810 (2003)



Gravitationswellen - Ein neues Fenster ins Universum

Axel Pelster



1. Einleitung

2. Theorie der Gravitationswellen

3. Indirekter Nachweis
von Gravitationswellen

4. Direkter Nachweis
von Gravitationswellen

5. Ausblick

Nobelpreis für Physik 1993



Joseph Taylor
Russell Hulse

Nobelpreis für Physik 2017



Rainer Weiss
Barry Barish
Kip Thorne

2.1 Schwache Gravitationsfelder

Linearisierung der Feldgleichungen:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1$$

Hilbert-Eichung: $2 \partial_\mu h^\mu{}_\nu = \partial_\nu h^\mu{}_\mu$

Wellengleichung:

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) h_{\mu\nu} = - \frac{16\pi G}{c^4} \left(T_{\mu\nu} - \frac{T}{2} \delta_{\mu\nu} \right), \quad T = T_\mu{}^\mu$$

Lösungen der Wellengleichung:

$$h_{\mu\nu}^{\text{hom}} = e_{\mu\nu} e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{x} - |\mathbf{k}|ct)} + \text{c.c.}$$
$$h_{\mu\nu}^{\text{inhom}} = - \frac{4G}{c^4} \int d^3x' \frac{\left(T_{\mu\nu} - \frac{T}{2} \delta_{\mu\nu} \right) (\mathbf{x}', t - |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|/c)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}$$

A. Einstein, Sitzungsber. K. Preuss. Akad. Wiss. **1**, 688 (1916)

2.2 Homogene Lösung der Wellengleichung

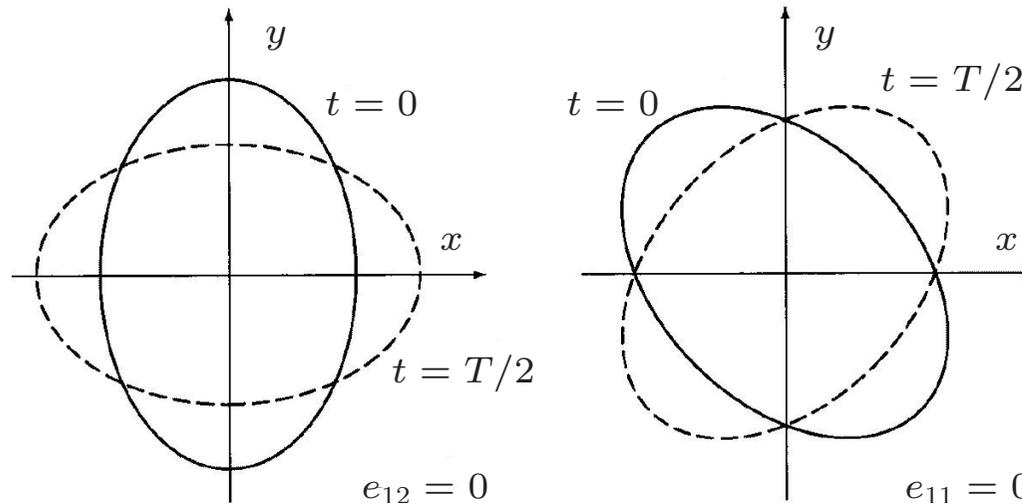
Unabhängige Polarisationsfreiheitsgrade:

$$\begin{array}{cccccc}
 16 & & - 6 & & - 4 & & - 4 & & = 2 \\
 4 \times 4 \text{ Tensor } e_{\mu\nu} & \text{Symmetrie } e_{\mu\nu} = e_{\nu\mu} & \text{Eichung} & \text{homogene Lösung} & & & & &
 \end{array}$$

Ebene Gravitationswelle:

$$(h_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{11} & e_{12} & 0 \\ 0 & e_{12} & -e_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} e^{i|\mathbf{k}|(z-ct)} + \text{c.c.}$$

Auslenkung von Teilchen auf Kreis: $\delta L/L = h \cos \omega t$



2.3 Inhomogene Lösung der Wellengleichung

Antennenformel für Gravitationswellen:

$$P = \frac{2G}{5c^5} \left(\sum_{i,j=1}^3 \left| \ddot{Q}^{ij}(t) \right|^2 - \frac{1}{3} \left| \sum_{i=1}^3 \ddot{Q}^{ii}(t) \right|^2 \right)$$

Quadrupoltensor: $Q^{ij}(t) = \int d^3x x^i x^j \rho(\mathbf{x}, t)$

Quellen der Gravitationsstrahlung:

	P [W]	D [pc]	$S = \frac{P}{4\pi D^2}$ [W/m ²]	ω [1/s]	$h = \sqrt{\frac{8\pi G S}{c^3 \omega^2}}$
Eisenstab	10^{-26}	10^{-8}	10^{-43}	10	10^{-40}
Doppelstern	10^{23}	10	10^{-13}	10^{-3}	10^{-20}
Supernova (nah)	10^{45}	10^4	10^3	10^4	10^{-19}
Supernova (fern)	10^{45}	10^7	10^{-3}	10^4	10^{-22}

Gravitationswellen - Ein neues Fenster ins Universum

Axel Pelster



1. Einleitung

2. Theorie der Gravitationswellen

3. Indirekter Nachweis von Gravitationswellen

4. Direkter Nachweis von Gravitationswellen

5. Ausblick

Nobelpreis für Physik 1993



Joseph Taylor
Russell Hulse

Nobelpreis für Physik 2017

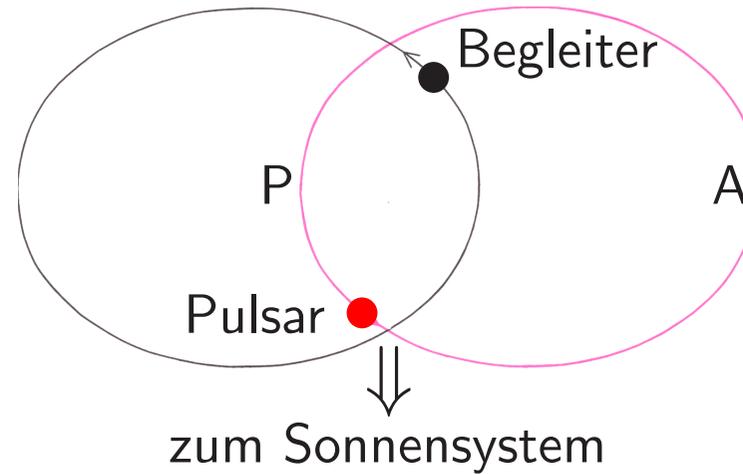


Rainer Weiss
Kip Thorne
Barry Barish

3.1 Radiopulsar PSR 1913+16

Doppelneutronensternsystem:

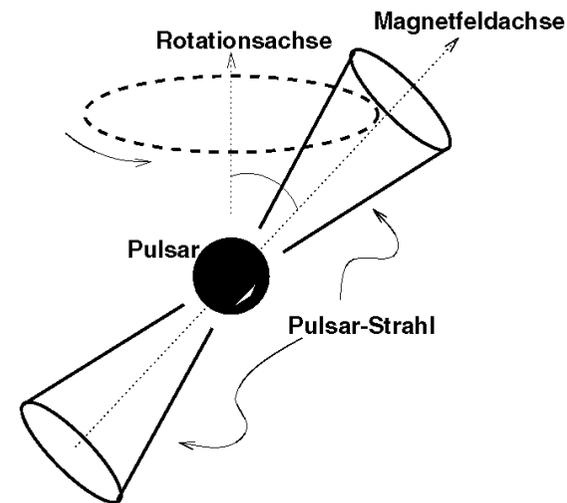
Entdeckung	1974
Entfernung	$2,3 \cdot 10^4$ Lichtjahre
Pulsar	$1,44 M_{\odot}$
Begleiter	$1,39 M_{\odot}$
Periode	7,75 Stunden
Periastron	$R_P = 1,1 R_{\odot}$
Apastron	$R_A = 4,8 R_{\odot}$



Radiopulsar = Neutronenstern:

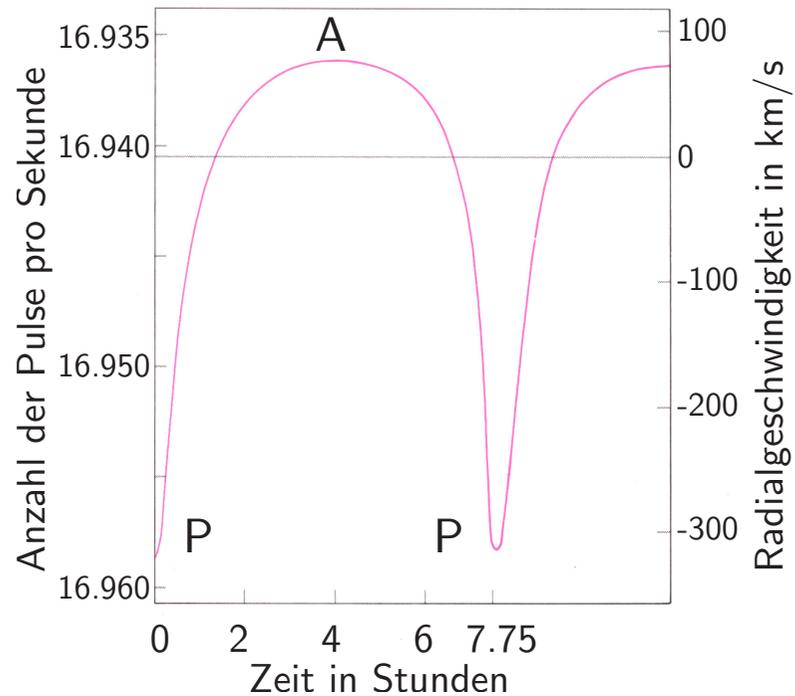
Kosmische Präzisionsuhr:

Pulsfrequenz	16,94 Hz
Frequenz	1,408 MHz



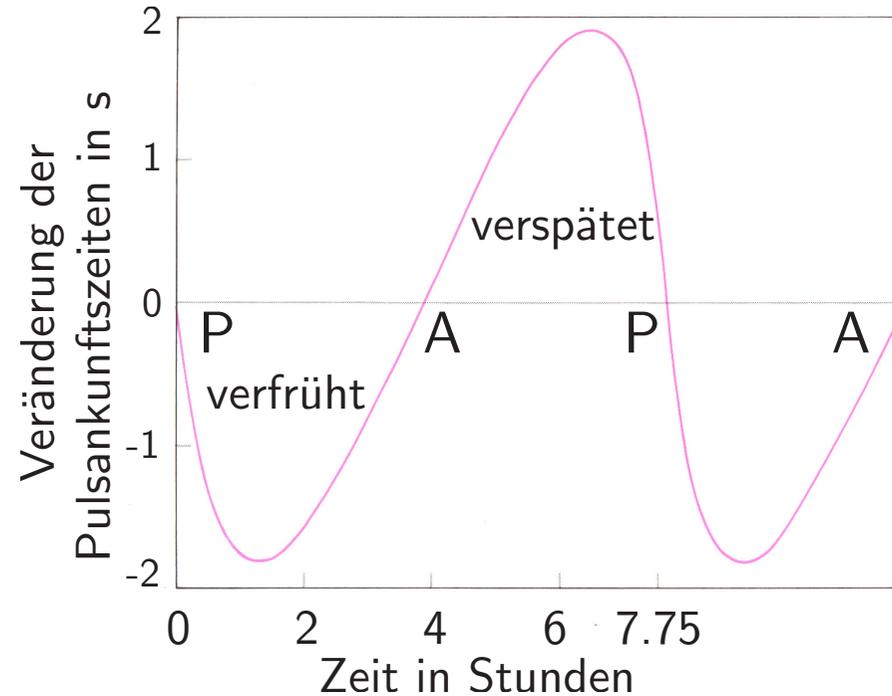
3.2 Eigenschaften des Doppelneutronensternsystems

Pulsfrequenz:



- Doppler-Effekt:
stiller Begleiter
- $v_P \approx 4v_A$:
Exzentrizität

Pulsankunftszeiten:

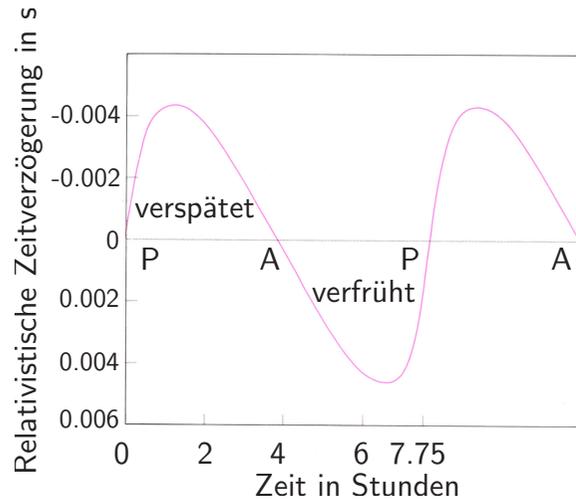


Zeitdifferenz 3 s:
Umlaufbahn 10^6 km

3.3 Kosmisches Testlabor für ART

Periastron-Drehung: $3 \cdot 10^4$ größer als Perihel-Drehung bei Merkur

**Relativistische Verzögerung
der Pulsankunftszeiten:**

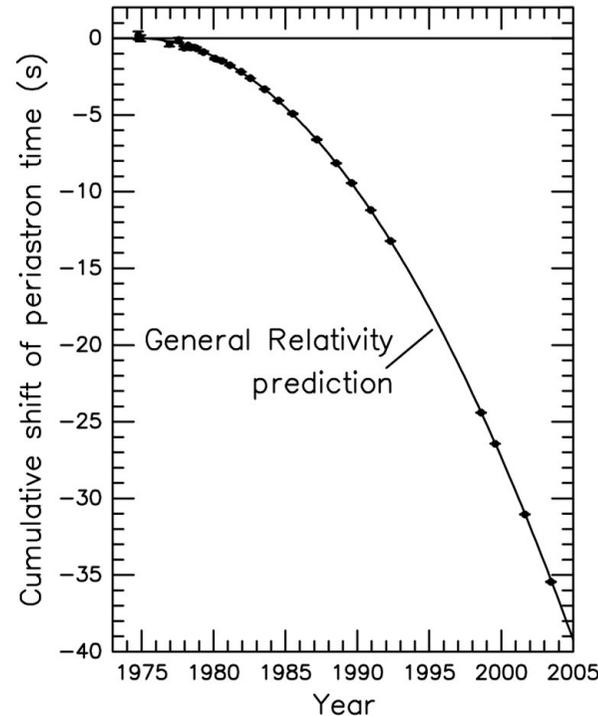


- Zeitdilatation
- Gravitationsrotverschiebung

⇒ präzise Bahnparameter

⇒ **Bestätigung von Allgemeiner Relativitätstheorie unter 1 %.**

**Gravitationswellen:
indirekter Nachweis**



J. Weisberg and J. Taylor,
ASP CS **328**, 25 (2005)

Gravitationswellen - Ein neues Fenster ins Universum

Axel Pelster



1. Einleitung

2. Theorie der Gravitationswellen

3. Indirekter Nachweis
von Gravitationswellen

4. Direkter Nachweis
von Gravitationswellen

5. Ausblick

Nobelpreis für Physik 1993



Joseph Taylor
Russell Hulse

Nobelpreis für Physik 2017



Rainer Weiss
Barry Barish
Kip Thorne

4.1 GEO 600

- Deutsch-Britischer Gravitationswellendetektor bei Hannover
- Michelson-Interferometer mit zwei 600 m langen Armen



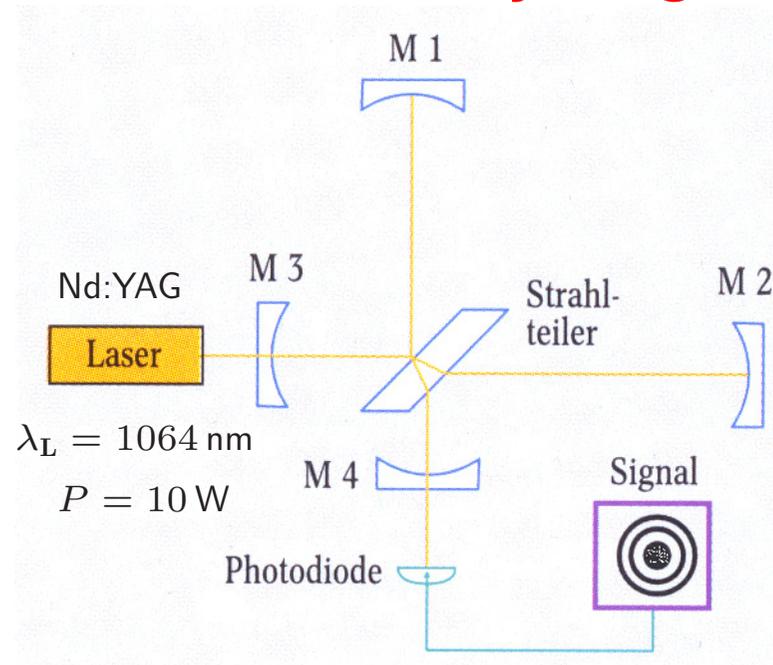
Stern-Gerlach-Medaille 2018



Karsten
Danzmann

- Phasenverschiebung: $\delta\varphi = 2\pi \frac{\delta L}{\lambda_L}$
- Frequenzbereich: $50 \text{ Hz} < f_{\text{GW}} < 1.5 \text{ kHz}$
- Optimale Armlänge: $L_{\text{opt}} = \frac{\lambda_{\text{GW}}}{4}$ (= 750 km bei 100 Hz)

4.2 Dual Recycling



Power Recycling:

Spiegel 3: Resonator zur Verstärkung des Laserlichts ($V_3 = 1000$)

Signal Recycling:

- Reflektiertes Licht: Seitenbänder $f_L \pm f_{GW}$
- Spiegel 4: Resonator zur Verstärkung der Seitenbänder ($V_4 = 100$)

Nullmethode:

destruktive Interferenz am Ausgang

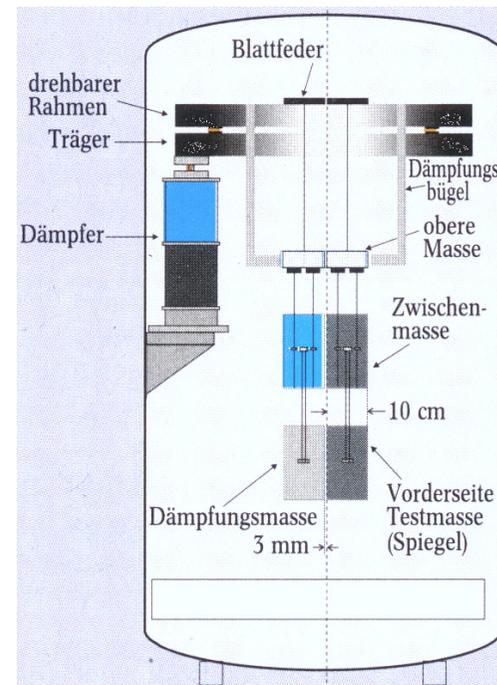
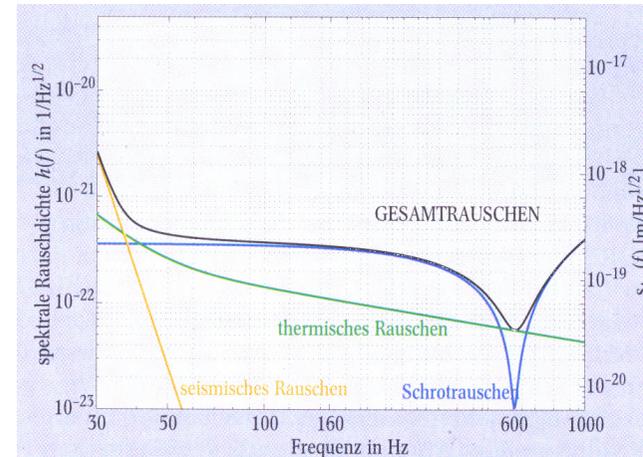
4.3 Störquellen

Seismisches Rauschen:

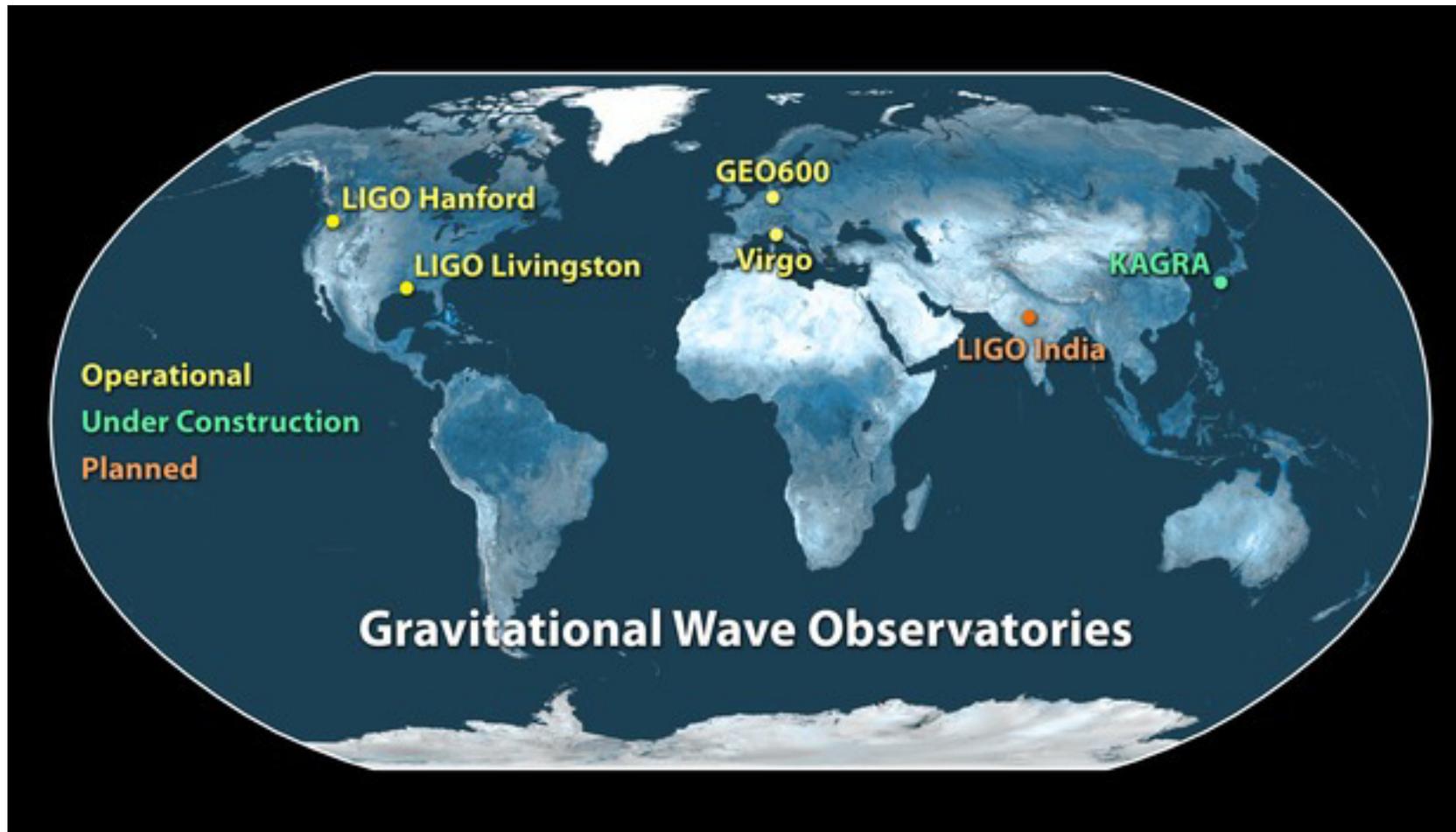
- Aktive Schwingungsisolierung:
Geophon, Piezoaktuator
- Passive Schwingungsisolierung:
 - Endspiegel + Strahlteiler als Dreifachpendelaufhängung
 - Getriebenes Pendel:
 $f_0 = 1 \text{ Hz} \ll f_{\text{GW}}$

Thermisches Rauschen:

- Kühlung
- Vermeidung thermischer Linsen:
geringe Lichtabsorption
- Optischer Aufbau
im Ultrahochvakuum ($< 10^{-11}$ bar)



4.4 Gravitationswellendetektoren

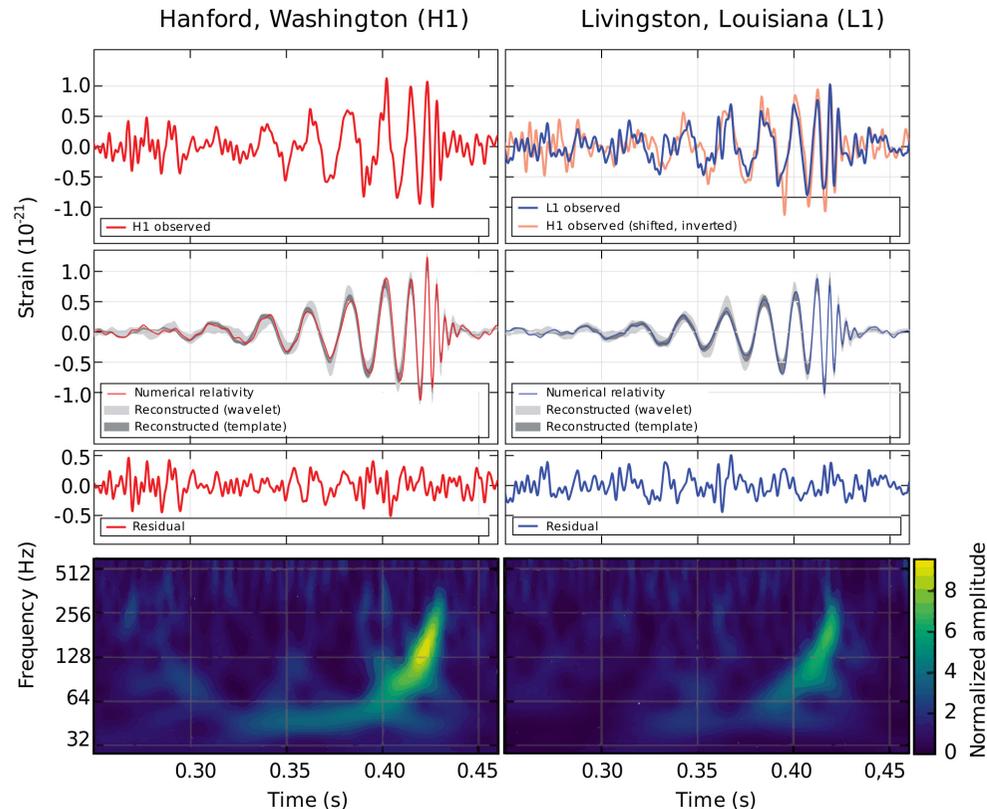


- Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory (LIGO): 4 km Arme
- Virgo: 3 km lange Arme
- Kamioka Gravitational Wave Detector (KAGRA): 3 km lange Arme

4.5 GW150914

Koinzidente Signale:

- zeitliche Verzögerung bei LIGO Detektoren: 7 ms
- maximale relative Raumdehnung: 10^{-21}
- Signaldauer: mehrere hundertstel Sekunden
- statistische Signifikanz: 5,1 Sigma



B. P. Abbott et al., PRL **116**, 061102 (2016)

Analyse der Signale:

- Entfernung: 1,4 Milliarden Lichtjahre
- Death chirp: Anwachsen von Frequenz und Amplitude
- Verschmelzung Schwarzer Löcher: $M_1 = 36 M_\odot$, $M_2 = 29 M_\odot$
- Neues Schwarzes Loch: $M = 62 M_\odot$, Massenverlust: $\Delta M = 3 M_\odot$

⇒ **Erster direkter Nachweis von Gravitationswellen**

4.6 Beobachtete Binärsysteme Schwarzer Löcher

Detektoren	LIGO	LIGO	LIGO	LIGO	LIGO+Virgo
Name	GW150914	GW151226	GW170104	GW170608	GW170814
Entfernung/MPc	420	440	880	340	540
M_1/M_\odot	36	15	31	12	31
M_2/M_\odot	29	7	19	7	25
$\Delta M/M_\odot$	3,0	1,0	2,0	0,85	2,7

- **gehäufte Beobachtung von Binärsystemen Schwarzer Löcher**
- **Schwarze Löcher mit $M > 20 M_\odot$ galten als unwahrscheinlich:**
 - Modelle zur Sternentwicklung müssen revidiert werden
 - alternative Wege zur Entstehung Schwarzer Löcher?
- **Bestätigung der Allgemeinen Relativitätstheorie:**
 - Übereinstimmung von berechneter und beobachteter Wellenform
 - Polarisation der Gravitationswelle (Advanced LIGO + Virgo)
 - Graviton-Masse: $m_g < 1,2 \cdot 10^{-22} \text{ eV}/c^2$

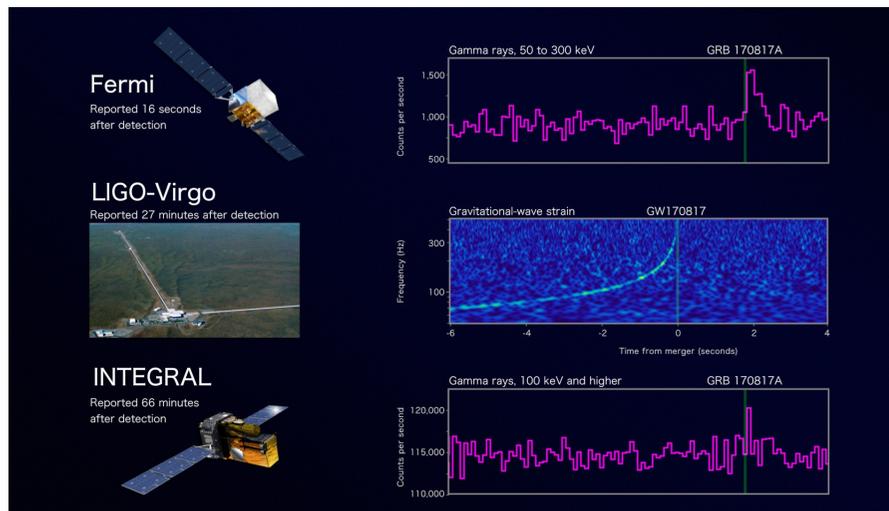
4.7 GW170817

Advanced LIGO und Virgo:

- Detektion einer Gravitationswelle, langandauerndes Signal (100 s)
- Verschmelzung zweier Neutronensterne:
 $M_1/M_\odot \in (1,36 - 1,60)$, $M_2/M_\odot \in (1,17 - 1,36)$, $M/M_\odot = 2,74^{+0,004}_{-0,002}$
- Entfernung: 40 MPc (aus Galaxie NGC 4993)

Satelliten Fermi und INTEGRAL:

Gammastrahlenblitz 1,7 s später aus derselben Richtung



A. Goldstein et al., AJL **848**, Nr. 2 (2017)

4.8 Multi-Messenger Astronomie

- **Bestätigung der Allgemeinen Relativitätstheorie:**

- Gravitationswellen breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus:

$$\frac{c_{\text{Grav}} - c_{\text{Licht}}}{c_{\text{Licht}}} < 10^{-15}$$

- Übereinstimmung von berechneter und beobachteter Wellenform

- Polarisation der Gravitationswelle (Advanced LIGO + Virgo)

- **Ursache für Gammastrahlenblitze:**

- ⇒ Verschmelzung von Neutronensternen

- **Spektroskopie: Nukleosynthese schwerer Elemente**

- ⇒ z.B. 100fache Erdmasse in Gold

- **Röntgensatellit Chandra: Aufleuchten 9 Tage später**

- ⇒ eventuell Kollaps von Neutronenstern zu Schwarzem Loch

- **Genauere Messung der Hubble-Konstanten:** $70,0_{-8,0}^{+12,0}$ km / (s Mpc)

- Form der Gravitationswelle: Entfernung des Binärsystems

- Optische Teleskope: Fluchtgeschwindigkeit aus Rotverschiebung

Gravitationswellen - Ein neues Fenster ins Universum

Axel Pelster



1. Einleitung

2. Theorie der Gravitationswellen

3. Indirekter Nachweis von Gravitationswellen

4. Direkter Nachweis von Gravitationswellen

5. Ausblick

Nobelpreis für Physik 1993



Joseph Taylor
Russell Hulse

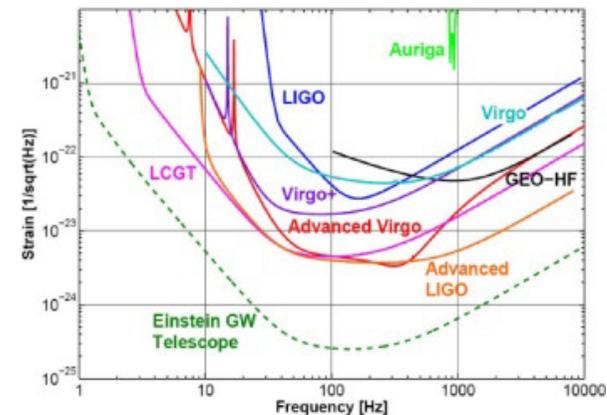
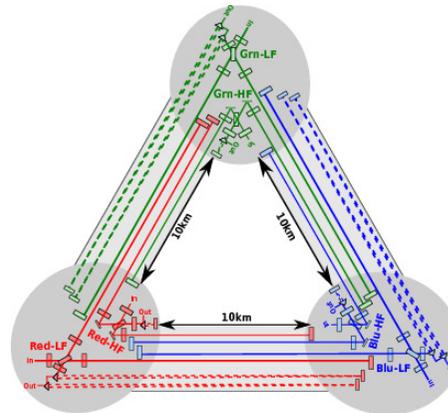
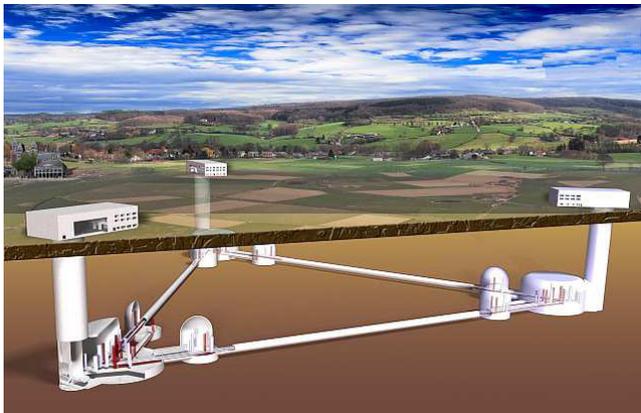
Nobelpreis für Physik 2017



Rainer Weiss
Barry Barish
Kip Thorne

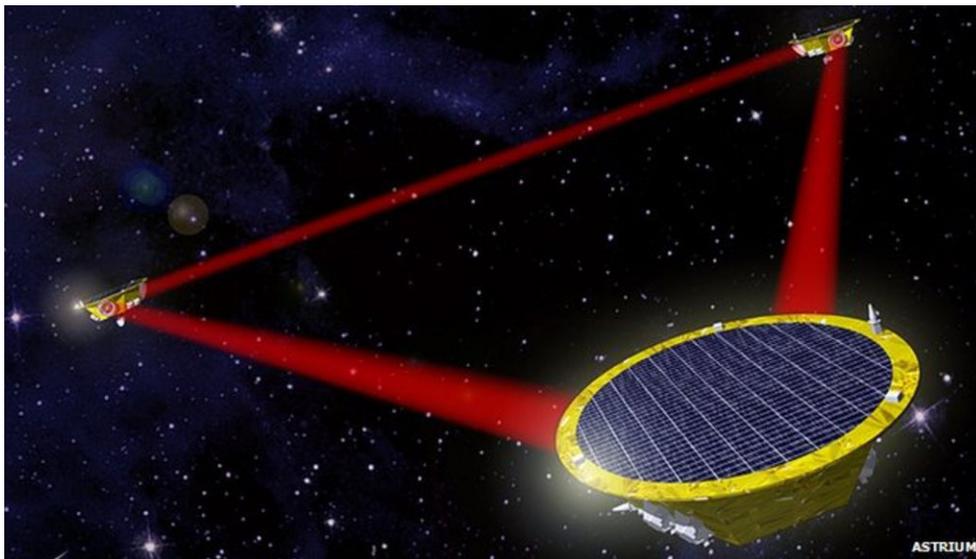
5.1 Einstein Teleskop (ET)

- Geplanter Gravitationswellendetektor (Europäische Union)
- Hundert Meter tief in der Erde
- Lebensdauer: 50 Jahre
- Drei jeweils 10 km lange Tunnelröhren
- Jeweils zwei der drei Arme: zwei Detektoren
 - 3 Detektoren: niedrige Frequenzen (2 – 40 Hz): Kühlung (10 K)
 - 3 Detektoren: hohe Frequenzen (ab 30 Hz): höhere Laserleistung
- Dritte Generation von Gravitationswellendetektoren: Präzisionsmessungen (inklusive Polarisation)



5.2 Laser Interferometer Space Antenna (LISA)

- Geplanter Gravitationswellendetektor im Weltall (NASA+ESA)
- Drei baugleiche Satelliten im Abstand von $2,5 \cdot 10^6$ km
- Gegenseitiger Austausch von Laserstrahlen
- Niederfrequente Gravitationswellen: 10^{-4} Hz – 1 Hz
- Erwartete Quellen: Binärsysteme massiver Schwarzer Löcher
- Beobachtbar bereits Wochen oder Jahre vor ihrer Verschmelzung



Stern-Gerlach-Medaille 2018



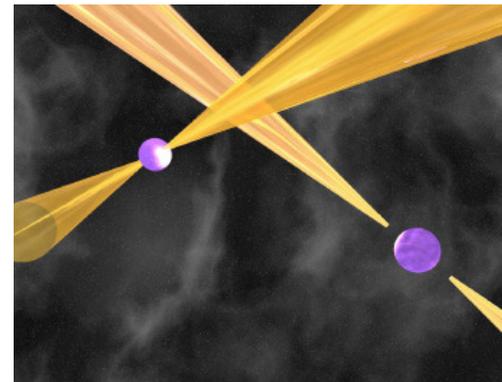
Karsten
Danzmann

5.3 Pulsar-Timing Array (PTA)

- 2017 sind über 2500 Pulsare bekannt, meist in unserer Milchstraße
- Gravitationswelle verändert Laufzeiten der Pulsarsignale
- Längerer Beobachtungszeitraum erforderlich
- Niederfrequente Gravitationswellen: 10^{-9} Hz – 10^{-6} Hz
- Erwartete Quellen: Binärsysteme supermassiver Schwarzer Löcher in Zentren verschmelzender Galaxien



Doppelpulsar
PSR J0737-3039

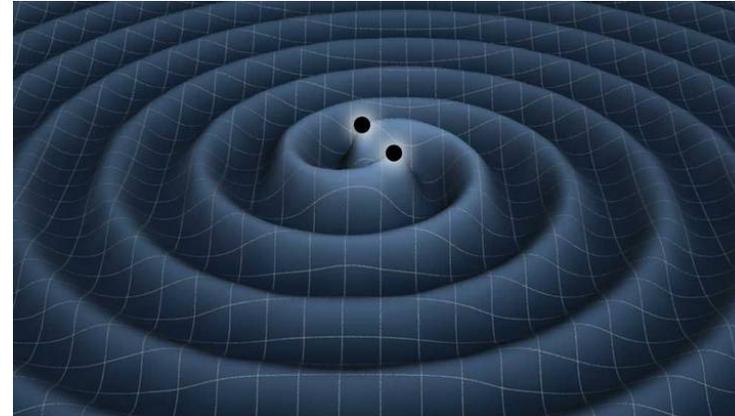


A.G. Lyne et al.,
ScienceExpress, 2004

5.4 Zusammenfassung

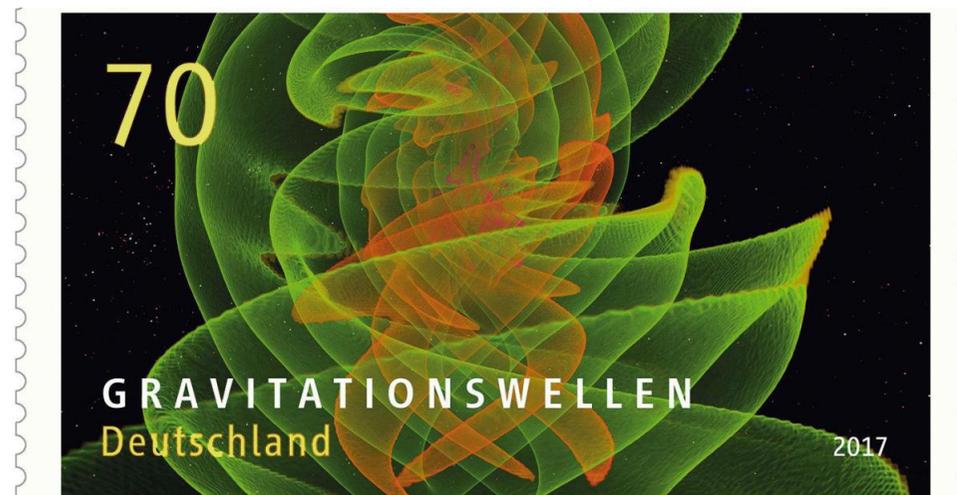
- **Gravitationswellen:**

- Vorhersage der ART !
- Indirekter Nachweis !
- Direkter Nachweis !



- **Neues Fenster ins Universum:**

- Multi-Messenger Astronomie
- Binärsysteme aus Neutronensternen / Schwarzen Löchern



5.5 Literatur

Relativitätstheorie:

- T. Fließbach: *Allgemeine Relativitätstheorie*, 7. Auflage, Springer, 2016
- A. Hermann: *Einstein – Der Weltweise und sein Jahrhundert – Eine Biographie*, Piper, 1994
- K. Thorne: *Black Holes & Time Warps – Einstein's Outrageous Legacy*, Commonwealth, 1995
- Spektrum der Wissenschaft: *Gravitation*, 2. Auflage, 1996

Gravitationswellen:

- H. Grote: *Gravitationswellen – Geschichte einer Jahrhundertentdeckung*, C.H. Beck, 2018
- R. Vaas: *Signale der Schwerkraft: Gravitationswellen – Von Einsteins Erkenntnis zur neuen Ära der Astrophysik*, Kosmos, 2017