

# Zur Synergetik aus der Sicht eines theoretischen Physikers - Ein persönlicher Bericht

**Axel Pelster**

Fachbereich Physik und Forschungszentrum Optimas, Technische Universität Kaiserslautern,  
Erwin-Schrödinger Straße 46, 67663 Kaiserslautern

*axel.pelster@physik.uni-kl.de*

*<http://www-user.rhrk.uni-kl.de/~apelster>*

Es ist mir eine große Freude, mit diesem Artikel zur Festschrift anlässlich des 90. Geburtstages von Hermann Haken beitragen zu können. Sein umfangreiches wissenschaftliches Lebenswerk im Allgemeinen und die von ihm begründete interdisziplinäre Wissenschaft der Synergetik im Speziellen haben meinen eigenen Werdegang als theoretischer Physiker in vielerlei Hinsicht nachhaltig beeinflusst. Dies möchte ich im Folgenden an einigen ausgewählten Punkten exemplarisch erläutern.

## **Physik-Studium in Stuttgart:**

Mein Interesse an der von Hermann Haken begründeten Wissenschaft der Synergetik wurde schon während meines Physik-Studiums an der Universität Stuttgart geweckt. Durch die verschiedensten Vorlesungen, Übungen, Seminare und Vorträge am damaligen *I. Institut für Theoretische Physik und Synergetik* lernte ich aus erster Hand die Grundlagen dieser faszinierenden Selbstorganisationstheorie kennen, die sich mit den unterschiedlichsten emergenten Phänomenen in Systemen sowohl der unbelebten als auch der belebten Natur beschäftigt [1]. Dabei zog mich zunächst der interdisziplinäre Anspruch der Synergetik in den Bann. Es war äußerst spannend und lehrreich zu erfahren, dass vom Standpunkt der Synergetik aus beispielsweise das Laser-Licht oder die Rayleigh-Bénard-Konvektion in der Physik, raumzeitliche Farbmuster in der Chemie, Symbiose oder Morphogenese in der Biologie, Wirtschaftszyklen oder Börsenkräche in der Ökonomie, sowie Migration oder Meinungsbildung in der Soziologie eine Vielzahl universeller Gesetzmäßigkeiten aufweisen. Dabei wurde mir aber auch bewusst, dass die Synergetik keine physikalistische Theorie darstellt, obwohl sie ursprünglich aus Untersuchungen an physikalischen Systemen wie dem Laser hervorgegangen ist. Als eigenständige Wissenschaft hat sie vielmehr das Anliegen, die Fülle der Selbstorganisationsphänomene in den unterschiedlichsten Disziplinen auf einheitliche mathematische Strukturen abzubilden. Ich lernte, dass man in diesem Sinne die Synergetik als eine fächerübergreifende mathematische Strukturtheorie aufzufassen hat. Und am Ende meines Physik-Studiums merkte ich dann, dass es gerade dieser mathematische Kern der Synergetik war, für den ich mich vornehmlich interessierte.

## **Zirkuläre Kausalkette:**

Die Systeme der Synergetik sind auf der mikroskopischen Ebene aus vielen Untersystemen aufgebaut, die an sich schon eine nichtlineare Struktur aufweisen oder zwischen denen zumindest nichtlineare Wechselwirkungen vorliegen. Ferner sind diese Systeme offen, sie tauschen somit beispielsweise Energie, Information oder Materie mit der Umgebung aus. Solche wechselseitigen Abhängigkeiten tauchen in der Physik beispielsweise beim Laser auf, wo die Wechselwirkung zwischen Licht und Materie abhängig von der gewählten Beschreibungsebene klassisch, semiklassisch oder quantenmechanisch behandelt werden kann.

Die große Zahl an Freiheitsgraden und die involvierten Nichtlinearitäten verhindern zunächst, die Systemdynamik zu bestimmen. Ein wesentliches Verdienst der Synergetik besteht nun aber in der prinzipiellen Einsicht, dass sich in der Nähe eines Bifurkationspunktes, wo sich also das Systemverhalten nicht nur quantitativ sondern sogar qualitativ verändert, eine approximative selbstkonsistente Lösung ableiten lässt.

Zunächst findet man durch eine lineare Stabilitätsanalyse, dass sich an einem Bifurkationspunkt eine Zeitskalenhierarchie zwischen zwei Modensorten ausbildet. Die erste Hierarchieebene besteht dabei aus wenigen, langsam veränderlichen Moden, während sich die zweite Hierarchieebene aus vielen, schnell veränderlichen Moden zusammensetzt. Die vorhandenen Nichtlinearitäten führen dann zu einer wechselseitigen Abhängigkeit zwischen diesen beiden Hierarchieebenen. Das von Hermann Haken entdeckte Versklavungsprinzip der Synergetik besagt nun, dass die vielen, schnell veränderlichen Moden instantan solche Werte annehmen, die von den wenigen, langsam veränderlichen Moden vorgeschrieben werden. Umgekehrt bewirken aber auch nichtlineare Rückkopplungen, dass die vielen schnell veränderlichen Moden die Dynamik der wenigen, langsam veränderlichen Moden beeinflussen. Insgesamt gesehen entsteht durch das Zusammenwirken aller Systembestandteile eine Koexistenz beider Hierarchieebenen in Form einer zirkulären Kausalkette. Wie beim Henne-Ei-Problem sind beide Hierarchieebenen aufeinander angewiesen. Eine solche zirkuläre Kausalkette ist dabei grundsätzlich von einer linearen Kausalkette zu unterscheiden, die oft unseren Denkgewohnheiten innezuwohnen scheint. Bei einer zirkulären Kausalkette lassen sich Ursache und Wirkung nicht definitiv gegeneinander abgrenzen, sondern sie verschmelzen vielmehr zu einer sich wechselseitig bedingenden Einheit. Dieser komplexe Sachverhalt ist auch in M.C. Eschers Lithographie „Zeichnen“ thematisiert worden, die zwei sich gegenseitig zeichnende Hände zeigt. Hierin ist die übliche Trennung von Ursache und Wirkung in der Kunst, nämlich zu zeichnen und gezeichnet zu werden, zugunsten einer höheren Einheit außer Kraft gesetzt.

Die universelle Gültigkeit des Versklavungsprinzips am Bifurkationspunkt hat aber noch eine andere Konsequenz. Da die vielen, schnell veränderlichen Moden instantan solche Werte annehmen, die von den wenigen, langsam veränderlichen Moden vorgeschrieben werden, hängt die Dynamik eines sich selbst organisierenden Systems letztendlich nur von den letzteren ab. Deshalb ist es für die Untersuchung der makroskopischen Ordnungszustände eines Systems ausreichend, die vielen, schnell veränderlichen Moden approximativ aus der Beschreibung zu eliminieren und sich auf die Diskussion der wenigen, langsam veränderlichen Moden zu konzentrieren. Dieser Umstand hat dazu geführt, dass man die wenigen, langsam veränderlichen Moden auch als Ordnungsparameter bezeichnet. Das Versklavungsprinzip der Synergetik führt damit in der Nähe eines Bifurkationspunktes näherungsweise zu einer vereinfachten, reduzierten Beschreibung sich selbst organisierender Systeme in Form von sogenannten Ordnungsparametergleichungen. Ursprünglich wurde die Herleitung der zugrundeliegenden Ordnungsparametergleichungen am Beispiel von solchen Systemen durchgeführt, die durch gewöhnliche oder partielle Differentialgleichungen beschrieben werden, wie dies beispielsweise beim Laser oder bei der Rayleigh-Bénard-Konvektion der Fall ist. Dabei wurde auch der Umstand ausgiebig untersucht, dass vernachlässigte mikroskopische Freiheitsgrade zu stochastischen Verallgemeinerungen führen, die sich im Rahmen von sogenannten Markov-Prozessen beschreiben lassen. Hierdurch bedingt beinhalten die resultierenden Ordnungsparametergleichungen auch fluktuierende Terme, die eine eingehende wahrscheinlichkeitstheoretische Analyse erfordern.

### **Zeitlich verzögerte Systeme:**

Während meiner Diplom- und Doktorarbeit bei Arne Wunderlin am Lehrstuhl von Hermann Haken beschäftigte ich mich mit sogenannten nichtintegrierbaren Raum-Zeit-Transformationen, die die klassische Mechanik und die Quantenmechanik invariant lassen, die aber auch Abbildungen zwischen verschiedenen Markov-Prozessen ermöglichen. Parallel zu diesen Arbeiten außerhalb der Synergetik wurde mein Interesse aber auch für dynamische Systeme geweckt, bei denen zeitliche Verzögerungen eine wesentliche Rolle spielen. Aufgrund der Endlichkeit von Signallaufzeiten innerhalb eines rückgekoppelten Systems treten solche zeitlichen Verzögerungen prinzipiell in der Natur auf [2]. Meist sind sie aber vernachlässigbar klein, sodass sie keinerlei Auswirkungen auf die Selbstorganisationsprozesse haben. Unter Umständen können sie aber so groß werden, dass sie zu verzögerungsinduzierten Instabilitäten führen und beispielsweise einen oszillatorischen oder einen chaotischen Zustand erzeugen können. Umgekehrt ist es aber auch möglich, zeitlich verzögerte Rückkopplungen gezielt zur Chaoskontrolle einzusetzen. Da ein chaotischer Attraktor, wie beispielsweise beim Lorenz-Haken-Modell, letztendlich aus unendlich vielen instabilen periodischen Orbits besteht, kann man durch Hinzufügen eines sogenannten Pyragas-Kontrollterms einen dieser eigentlich instabilen periodischen Orbits gezielt stabilisieren, ohne aber dessen Form zu verändern.

Da die Synergetik in ihrer ursprünglichen mathematischen Formulierung zunächst nur auf Selbstorganisationsprozesse mit zeitlich lokalen Wechselwirkungen beschränkt war, stellte sich daher die natürliche Frage, ob sie auch auf die allgemeinere Klasse zeitlich verzögerter Systeme erweiterbar ist. Dies war zunächst unklar, da Gedächtniseffekte im Rahmen sogenannter retardierter Differentialgleichungen beschrieben werden, die auch bei Vorliegen eines einzigen Freiheitsgrades automatisch zu einem unendlich dimensional Zustandsraum führen. Dies erkennt man beispielsweise schon daran, dass eine lineare Stabilitätsanalyse solch zeitlich verzögerter Systeme auf transzendente Eigenwertgleichungen führt, die abzählbar unendlich viele komplexe Lösungen aufweisen. Im Rahmen der Doktorarbeiten von Wolfgang Wischert und Michael Schanz konnte aber unter Verwendung experimenteller, analytischer und numerischer Methoden an konkreten Beispielen zweifelsfrei geklärt werden, dass die synergetischen Konzepte des Versklavungsprinzips und der Ordnungsparametergleichungen auch bei solch zeitlich verzögerten Systemen anwendbar sind [3,4]. Dabei zeigte die Analyse am Bifurkationspunkt interessanterweise, dass auch bei retardierten Differentialgleichungen die adiabatische Elimination unendlich vieler schnell veränderlicher Moden schließlich auf gewöhnliche Differentialgleichungen für die Ordnungsparameter führt. Damit ergab sich auch bei zeitlich verzögerten Systemen, dass in der Nähe eines Bifurkationspunktes eine vereinfachte, reduzierte Beschreibung näherungsweise möglich ist. Dies unterstreicht eindrucksvoll die universelle Anwendbarkeit der Synergetik und die intellektuelle Weitsicht ihres Begründers Hermann Haken.

### **Photonen-Bose-Einstein-Kondensat:**

Nach vielen unterschiedlichen Projekten zur Quantenfeldtheorie und deren Anwendung im Rahmen der Theorie verdünnter, ultrakalter Quantengase in den vergangenen zwei Jahrzehnten bin ich zurzeit dabei, in meiner wissenschaftlichen Arbeit gewissermaßen wieder zu den Anfängen der Synergetik zurückzukehren. Anlass hierzu ist ein bahnbrechendes Experiment in der Arbeitsgruppe von Martin Weitz an der Universität Bonn im Jahre 2010, in dem erstmalig ein Bose-Einstein-Kondensat von Licht erzeugt werden konnte, siehe dazu die in [5] zitierte Literatur. Bei einer mit einem Farbstoff gefüllten Mikrokavität, die mit einem Laser gepumpt

wurde, konnte nachgewiesen werden, dass das ausgekoppelte Licht ab einer kritischen Pumpstärke makroskopisch in den Grundzustand kondensiert. Auch wenn dieser Versuchsaufbau auf den ersten Blick in vielen Punkten dem eines normalen Lasers zu ähneln scheint, so ist dessen Physik dennoch davon vollkommen verschieden. Das liegt daran, dass die Farbstoffmoleküle ständig Photonen absorbieren und emittieren und daher das Licht thermalisieren kann. So konnte experimentell gezeigt werden, dass das Licht in der Mikrokavität unterhalb der kritischen Pumpstärke tatsächlich durch eine thermische Bose-Einstein-Verteilung bei Raumtemperatur beschrieben wird. Während es sich also beim Laser um einen Nichtgleichgewichtsphasenübergang handelt, liegt beim Photonen-Bose-Einstein-Kondensat ein Gleichgewichtsphasenübergang vor.

Daher stellt sich die grundlegende Frage, inwieweit man diese physikalischen Unterschiede beider Systeme theoretisch näher verstehen kann. Hierzu arbeite ich zurzeit mit Kollegen an einem detaillierten mikroskopischen Nichtgleichgewichtsmodell, das die Wechselwirkung der Photonen mit einem thermalisierenden Bad explizit berücksichtigt und das im Langzeitlimit, abhängig von den vorliegenden Systemparametern, entweder ein Photon-Bose-Einstein-Kondensat oder aber Laser-Licht ausbilden kann. Vereinfachend gesprochen hängt der entstehende stationäre Zustand von der Dauer der Thermalisierungszeit ab. Ist sie klein gegenüber der Lebensdauer des Systems, so kann sich ein Gleichgewichtszustand einstellen, andernfalls bildet sich ein Nichtgleichgewichtszustand aus. Dies zeigt meiner Meinung nach eindrucksvoll, wie das thermodynamische Gleichgewicht gewissermaßen am Rande des Nichtgleichgewichts existiert.

Das Ziel unserer gegenwärtigen Forschungsarbeiten besteht nun darin, für das vorliegende mikroskopische Nichtgleichgewichtsmodell in der Nähe des jeweiligen Phasenübergangs die zugrundeliegenden Ordnungsparametergleichungen abzuleiten. Dabei müsste sich beim Nichtgleichgewichtsphasenübergang die Ordnungsparametergleichung der Haken'schen Lasergleichungen ergeben, während beim Gleichgewichtsphasenübergang die Gross-Pitaevskii-Gleichung für das Photonen-Bose-Einstein-Kondensat zu erwarten ist. Im letzteren Falle beschreibt die Nichtlinearität die effektive Photon-Photon-Wechselwirkung, die durch die Farbstoffmoleküle in der Mikrokavität vermittelt wird und deren Stärke von den jeweiligen mikroskopischen Systemparametern abhängt. Mit der Kenntnis dieses Zusammenhanges könnte es dann möglich sein, in künftigen Experimenten die effektive Photon-Photon-Wechselwirkung so zu verstärken, dass sogar die Superfluidität des Photonen-Bose-Einstein-Kondensates beispielsweise durch Ausbildung von Vortizes oder sogar Vortex-Gittern beobachtbar wird. Hierzu stehen wir mit der Arbeitsgruppe von Martin Weitz im Rahmen des Sonderforschungsbereichs Transregio 185 im engen Kontakt, der an der Technischen Universität Kaiserslautern und an der Universität Bonn das Thema *Open System Control of Atomic and Photonic Matter* bearbeitet.

Es ist zu hoffen, dass diese theoretische Grundlagenforschung langfristig auch dazu beiträgt, in Zukunft praktische Anwendungen für Photonen-Bose-Einstein-Kondensate als neue Lichtquelle zu entwickeln – der Laser ist ja heutzutage in Technik und Forschung sowie im täglichen Leben nicht mehr wegzudenken. Schließlich frage ich mich natürlich, ob diese Dichotomie von Nichtgleichgewichts- und Gleichgewichtsphasenübergang am Beispiele von Laser-Licht und Photonen-Bose-Einstein-Kondensat vielleicht sogar interessante Implikationen für andere Systeme der Synergetik haben könnte. Unabhängig davon kann ich aber feststellen, dass die vielen Arbeiten und Bücher von Hermann Haken zur Laser-Theorie

aufgrund ihrer methodischen Tiefe und inhaltlichen Breite für mich eine bleibende, unerschöpfliche Quelle ständiger Inspiration für die anstehenden Untersuchungen darstellen.

**Literatur:**

- [1] Pelster, A. & Wunner, G. (Herausgeber, 2016): *Selforganization in Complex Systems: The Past, Present, and Future of Synergetics*, Proceedings of the International Symposium, Hanse Institute of Advanced Studies, Delmenhorst, November 13-16, 2012. Berlin: Springer.
- [2] Just, W., Pelster, A., Schanz, M. & Schöll, E. (Herausgeber, 2010). Theme Issue on Delayed Complex Systems. *Philosophical Transactions of the Royal Society A* **368**, 303-513.
- [3] Wischert, W., Wunderlin, A., Pelster, A., Olivier, M. & Gros Lambert, J. (1994). Delay-Induced Instabilities in Nonlinear Feedback Systems. *Physical Review E* **49**, 203-219.
- [4] Schanz, M. & Pelster, A. (2003). Synergetic System Analysis for the Delay-Induced Hopf Bifurcation in the Wright Equation. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems* **2**, 277-296.
- [5] Kopylov, K., Radonjic, M., Brandes, T., Balaž, A. & Pelster, A. (2015): Dissipative Two Mode Tavis-Cummings Model with Time-Delayed Feedback Control; *Physical Review A* **92**, 063832/1-9.