

## 9. Übungsblatt zur "Festkörperphysik für Bachelor" WS 2009/10

M. Wolf/A. Melnikov

Ausgabe: 5. 1. 2010

Abgabe: Dienstag, den 12. 1. 2010 (vor der Vorlesung)

### 1. Fermi-Flächen im hexagonalen Gitter (6 P)

Betrachten Sie ein freies Elektronengas in einem hexagonalen Gitter in zwei Dimensionen mit Gitterkonstante  $a$ .

- Zeichnen Sie die Fermi-Fläche für  $k_F = 4\pi/3a$  nach Reduktion auf die 1. Brillouinzone und schraffieren Sie den jeweils besetzten Teil innerhalb der 1. Brillouinzone. Geben Sie exemplarisch einen reziproken Gittervektor an, der für die Reduktion auf die 1. Brillouinzone benötigt wird. (2P)
- Betrachten Sie die Fermi-Fläche für  $k_F = 2\pi/a$ : Bestimmen Sie die 2. und 3. Brillouinzone des hexagonalen Gitters. Zeichnen Sie den jeweiligen Beitrag der besetzten Zustände aus den höheren Brillouinonen nach der Reduktion auf die 1. Brillouinzone. (4P)

### 2. Effektive Massen und Zustandsdichte am Rand der Brillouinzone (6 P)

Die Schrödinger-Gleichung lässt sich für ein periodisches, harmonisches Potential  $U(x) = 2U \cos(2\pi x/a)$  in einer Dimension an der Zonengrenze näherungsweise lösen, wenn man nur die Entwicklungskoeffizienten für  $(\pm G/2 + k)$  für kleine  $k$  berücksichtigt. Die dazugehörige Lösung ist gegeben durch

$$E^2 - E(\lambda_{k-G} + \lambda_k) + \lambda_{k-G}\lambda_k - U^2 = 0, \text{ mit } \lambda_k = \hbar^2 k^2 / 2m$$

- Man zeige, dass sich in der Nähe des Brillouin-Zonenrandes die Dispersion parabolisch durch  $E(G/2 + k) \approx E(G/2) + \hbar^2 / (2m^*) k^2$  nähern lässt. Dabei wird  $m^*$  als effektive Masse bezeichnet.
- Man zeige, dass die effektive Masse gegeben ist durch  $m^* = m / [1 \pm (2\lambda_{G/2}/U)]$ . Wie groß ist  $m^*$  für den Fall, dass die erste Bandlücke halb so groß ist wie das unterste Band?
- Geben Sie die Zustandsdichte im Bereich der Zonengrenze unterhalb und oberhalb der Bandlücke im Rahmen der oben dargestellten eindimensionalen parabolischen Näherung an und skizzieren Sie den Verlauf.

### 3. Elektronendrift im konstanten elektrischen Feld (2 P)

Ein quasi-freies Elektronengas der Dichte  $n = 5,85 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$  besitzt eine Streurrate  $1/\tau = 1,22 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$ . Berechnen Sie die Verschiebung der Fermi-Kugel im  $k$ -Raum unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes  $E = 1 \text{ V/cm}$ .