

8. Übungsblatt zur "Festkörperphysik für Bachelor" WS 2009/10

M. Wolf/A. Melnikov

Ausgabe: 8. 12. 2009

Abgabe: Dienstag, den 15. 12. 2009 (vor der Vorlesung)

1. Sonne als Fermi-Gas (3 P)

Schätzen Sie aus der Sonnenmasse ($M = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$) die Zahl der Elektronen in der Sonne unter der Annahme ab, dass die Sonne vollkommen aus Wasserstoff besteht. Wie groß ist ihre Fermi-Energie ($R = 700000 \text{ km}$)?

2. Reduziertes und erweitertes Zonenschema (5 P)

Durch Addition geeigneter reziproker Gittervektoren lassen sich beliebige Zustände des k -Raums in äquivalente Zustände überführen, welche in der ersten Brillouin-Zone liegen. Auf diese Weise lässt sich das sogenannte reduzierte Zonenschema konstruieren. Betrachten Sie ein freies Elektronengas mit dem Fermi-Wellenvektor $k_F = 1,2 \pi/a$.

- Betrachten Sie ein eindimensionales Gitter mit der Gitterkonstante a . Zeichnen Sie die Energie-parabel $E(k)$ eines eindimensionalen freien Elektronengases für die ersten drei Energiebänder. Zeichnen Sie die Energieparabeln auch im reduzierten Zonenschema und markieren Sie jeweils die von Elektronen besetzten Zustände.
- Was ändert sich an der obigen Darstellung, wenn anstelle des freien Elektronengases ein Elektronengas in einem schwachen periodischen Potential $V(r)$ mit Fourierkoeffizienten V_G betrachtet wird?

3. Elektronendispersionsrelation $E(k)$ in drei Dimensionen (8 P)

Betrachten Sie ein quasi-freies Elektronengas für den Grenzfall, für den das periodische Gitter-potential beliebig schwach wird. Stellen Sie die Energie $E(k)$ in Abhängigkeit des Wellen-vektors k in der $[100]$ -Richtung für einen primitiven kubischen Kristall im reduzierten Bänderschema dar und berücksichtigen Sie Bänder bis zu einer Energie $E \leq 6 \cdot E_0$. Drücken Sie hierzu die Energie in Einheiten von $E_0 = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{2\pi}{a}\right)^2$ aus.

Fertigen Sie eine Skizze der Dispersionsrelation $E(k_x)$ in der ersten Brillouin-Zone an.

Hinweis:

$$\text{Es gilt: } E(\underline{k}) = E(\underline{k} + \underline{G}) = \hbar^2(\underline{k} + \underline{G})^2 / 2m$$

$$\text{und damit: } E(k_x) = E((k_x, 0, 0) + \underline{G}) = \hbar^2((k_x + G_x)^2 + G_y^2 + G_z^2) / 2m$$