

7. Übungsblatt zur "Festkörperphysik für Bachelor" WS 2009/10

M. Wolf/A. Melnikov

Ausgabe: 1. 12. 2009

Abgabe: Dienstag, den 8. 12. 2009 (vor der Vorlesung)

1. Freies Elektronengas (5 Pkt.)

- Bestimmen Sie für ein freies Elektronengas in einer bzw. in zwei Dimensionen die Fermi-Energie E_F sowie die Zustandsdichte $D(E)$ als Funktion der Elektronendichte. Skizzieren Sie die Zustandsdichte $D(E)$ für eine, zwei bzw. drei Dimensionen.
- In Halbleiterstrukturen kann man ein zweidimensionales freies Elektronengas mit einer Dichte von 10^{12} cm^{-2} erzeugen. Welchen Wert hat die Fermi-Energie?

2. Temperaturabhängigkeit der Fermi-Energie (5P)

Zeigen Sie, dass für das freie Elektronengas in 3D das chemische Potential (Fermi-Energie) eine (leichte) Temperaturabhängigkeit aufweist:

$$\mu(T) = \mu(0) \left(1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\mu(0)} \right)^2 \right)$$

Drücken Sie hierzu die Dichte n des freien Elektronengases über die Zustandsdichte $D(E)$ und die Fermi-Dirac'sche-Verteilungsfunktion $f(E,T)$ aus.

(Hinweis: Entwickeln Sie dazu das Integral $\int_0^\infty \frac{f(x)}{e^{(x-\alpha)} + 1}$ für $\alpha \gg 1$.)

3. Fermi-Verteilung und Glühemission (8P)

Bei genügend hoher Temperatur T können Elektronen aus dem Ausläufer der Fermi-Verteilung von einer Metalloberfläche ins Vakuum emittiert werden („Glühemission“).

- Stellen Sie die Fermi-Verteilung, die modifizierte Boltzmann-Verteilung $e^{(E-E_F)/kT}$, sowie deren Differenz für $kT = E_F/10$ graphisch dar. Wie groß ist die Abweichung bei $E-E_F = 1.1 E_F$? (2P)
- Betrachten Sie das freie Elektronengas in einem 3D-Metall an einer Oberfläche mit der Austrittsarbeit Φ . Wie unterscheiden sich die Zustandsdichten der Elektronen innerhalb des Metalls $D_M(E)$ und der Elektronen im angrenzenden Vakuum $D_V(E)$ voneinander? Welcher Anteil der Elektronendichte im Metall liegt bei einer Temperatur T oberhalb der Austrittsarbeit? Benutzen Sie dazu die Näherung der modifizierten Boltzmann-Verteilung in (a). Warum können diese Elektronen nicht alle den Kristall verlassen? (Vernachlässigen Sie hierbei die Temperaturabhängigkeit des chemischen Potentials.) (6P)