

Übungen zur Vorlesung „Theoretische Physik 3“

Blatt 5 17.11.2010 WS 10/11

12. Greensche Funktion

a) Man bestimme die Greensche Funktion für den Halbraum (für Dirichlet Randbedingungen), d.h. 1 Punkt

$$\begin{aligned}\Delta' g(\vec{r}, \vec{r}') &= -\delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}') \\ g(\vec{r}, \vec{r}') &= 0 \text{ für } x' = 0\end{aligned}$$

b) Man bestimme das Potential für den ladungsfreien Halbraum $x > 0$, mit den Randbedingungen $\varphi(\vec{r}) = \pm a$ für $x = 0$ und $y \geq 0$. 1 Punkt

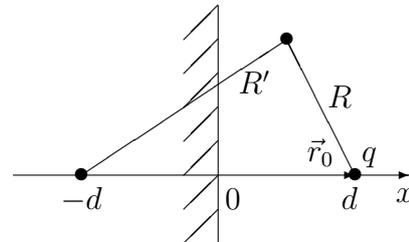
Anleitung: Man zeige

$$\varphi(\vec{r}) = - \int_{\partial V} d\vec{f}' \varphi(\vec{r}') \vec{\nabla}' g(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2ax}{4\pi} \int_0^\infty dy' \int_{-\infty}^\infty dz' \left((x^2 + (y - y')^2 + z'^2)^{-3/2} - (y' \rightarrow -y') \right)$$

13. Dielektrischer Halbraum

Eine Punktladung q befinde sich im Vakuum ($x > 0$) im Abstand d von einem dielektrischen Halbraum ($x < 0$). Man bestimme das elektrostatische Potential.

2 Punkte



Anleitung: Man zeige das Potential

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \begin{cases} \frac{q}{R} - \frac{q'}{R'} & \text{für } x > 0 \\ \frac{1}{\epsilon} \frac{q''}{R} & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

erfüllt

i) die Poissongleichung $\Delta\varphi = -\frac{1}{\epsilon_0} q \delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}_0)$ für $x > 0$ und $x < 0$,

ii) die Randbedingungen: \vec{E}_t und \vec{D}_n stetig bei $x = 0$ (bei geeigneter Wahl von q' und q'')

14. Ferromagnetismus

a) Ein Eisenring vom Durchmesser $d = 20 \text{ cm}$ und Querschnitt $q = 10 \text{ cm}^2$ ist gleichmäßig mit $N = 600$ Windungen bewickelt. Wie groß ist der Induktionsfluß ϕ im Ring, wenn durch die Wicklungen ein Strom von 1 A fließt und wenn mit einer effektiven Permeabilität $\mu = 500$ gerechnet werden kann? 1 Punkt

b) Was ändert sich bei der vorstehenden Aufgabe, wenn an die Stelle des magnetisch weichen Eisenringes ein magnetisch harter, bis zur Sättigung magnetisierter Ring ($M_s = 1.74 \cdot 10^6 \text{ A/m}$) gesetzt wird. 1 Punkt

Abgabetermin: Mi den 24.11. 2010 in der Vorlesung

Siehe auch: <http://users.physik.fu-berlin.de/~kamecke/lehre.html>

Anleitung zur Lösung

12. Greensche Funktion

- a) $g(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \frac{1}{|\vec{r}_s - \vec{r}'|} \right)$, $\vec{r}_s =$ Spiegelpunkt von \vec{r}
- b) $\frac{\partial}{\partial x'} g(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} 2x (x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2)^{-3/2}$, für $x' = 0 \Rightarrow$
 $\varphi(\vec{r}) = \frac{a}{4\pi} 2x \int_{-y}^y dy' \int_{-\infty}^{\infty} dz' (x^2 + y'^2 + z'^2)^{-3/2} = \frac{a}{\pi} x \int_{-y}^y (x^2 + y'^2)^{-1} dy' = \frac{2a}{\pi} \arctan \frac{y}{x}$

13. Dielektrischer Halbraum

- i) $\Delta\varphi = -\frac{1}{\epsilon_0} q \delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}_0)$ für $x > 0$
- ii)

$$\vec{E}_t^{\text{innen}}|_{x=0} = \vec{E}_t^{\text{außen}}|_{x=0} \Leftrightarrow \frac{1}{\epsilon} \frac{q''}{R}|_{x=0} = \left(\frac{q}{R} - \frac{q'}{R'} \right)|_{x=0} \Leftrightarrow \frac{1}{\epsilon} q'' = q - q'$$

$$D_n^{\text{innen}}|_{x=0} = D_n^{\text{außen}}|_{x=0} \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q''}{R} - \left(\frac{q}{R} - \frac{q'}{R'} \right) \right)|_{x=0} = 0 \Leftrightarrow q'' - q - q' = 0$$

\Rightarrow

$$q'' = q \frac{2\epsilon}{\epsilon + 1}$$
$$q' = q'' - q = q \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1}$$

14. Ferromagnetismus

a)

$$H = \frac{NI}{L} = \frac{NI}{\pi d} = \frac{600 \cdot 1 \text{ A}}{\pi \cdot 20 \cdot 10^{-2} \text{ m}} 955 = 955 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$
$$\phi = qB = q\mu_0\mu H = 10^{-3} \text{ m}^2 4\pi 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} 500 \frac{600 \cdot 1 \text{ A}}{\pi \cdot 20 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$$

b)

$$H = \frac{NI}{L}$$
$$B = \mu_0 (H + M_s) = \mu_0 \left(955 \frac{\text{A}}{\text{m}} + 1.74 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}} \right) \approx \mu_0 M_s = 4\pi 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} 1.74 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$
$$= 2.19 \frac{\text{Vs}}{\text{Am}^2}$$
$$\phi = 2.19 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$$