

Übungen zur Vorlesung „Theoretische Physik 3“

Blatt 3 3.11.2010 WS 10/11

6. Magnetisches Feld

Berechne das magnetische Feld eines ∞ -langen geraden stromdurchflossenen Leiters,

a) mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes:

2 Punkte

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int d^3x' \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3},$$

b) mit Hilfe des Oerstedtschen Gesetzes:

1 Punkt

$$\int_{\partial A} \vec{H}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \int_A \vec{j}(\vec{r}) \cdot d\vec{f}.$$

7. Vektorpotential

Man zeige, daß :

2 Punkte

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int d^3x' \frac{\vec{\nabla}' \times \vec{B}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

die Gleichung $\vec{B}(\vec{r}) = \text{rot } \vec{A}(\vec{r})$ löst, falls $\text{div } \vec{B} = 0$ und $\vec{B}(\vec{r})$ bei ∞ stark genug abfällt.

Anleitung:

Man zeige mit Hilfe von $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$, $\vec{\nabla} f(\vec{r} - \vec{r}') = -\vec{\nabla}' f(\vec{r} - \vec{r}')$ und partieller Integration $\int d^3x f \vec{\nabla} g = - \int d^3x (\vec{\nabla} f) g + \text{Randterm}$

$$\int d^3x' \vec{\nabla} \times \frac{\vec{\nabla}' \times \vec{B}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \int d^3x' \left[\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \vec{\nabla}' (\vec{\nabla}' \cdot \vec{B}(\vec{r}')) - \vec{B}(\vec{r}') \Delta \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right].$$

Man benutze $\Delta \frac{1}{r} = -4\pi \delta^{(3)}(\vec{r})$.

8. Quadrupol

Gegeben seien die vier Punktladungen q bei $\vec{a} = (a, 0, 0)$, $-\vec{a}$ und $-q$ bei $\vec{b} = (0, b, 0)$, $-\vec{b}$

a) Man bestimme das Quadrupolmoment: $Q_{ij} = \int d^3x' \rho(\vec{r}') (3x'_i x'_j - \delta_{ij} r'^2)$.

1 Punkt

b) Man skizziere in der x, y -Ebene die Äquipotentialflächen.

1 Punkt

Anleitung: Man benutze Mathematica und gebe für verschiedene Werte von a und b ein:

```
a=3;b=2;
```

```
f1=1/Sqrt[(x-a)^2+y^2];
```

```
f2=1/Sqrt[(x+a)^2+y^2];
```

```
f3=-1/Sqrt[x^2+(y-b)^2];
```

```
f3=-1/Sqrt[x^2+(y+b)^2];
```

```
ContourPlot[f1+f2+f3+f4,{x,-6,6},{y,-6,6},
```

```
Contours -> 20, PlotPoints -> 50, ContourShading -> False];
```

Abgabetermin: Mi den 10. 11. 2010 in der Vorlesung

Siehe auch: <http://users.physik.fu-berlin.de/~kamecke/lehre.html>