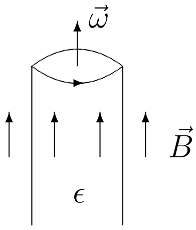
Übungen zur Vorlesung „Theoretische Physik 3“

Blatt 12 26.1.2011 WS 10/11

25. Bewegte Materie 3 Punkte

Ein (∞-langer) dielektrischer Zylinder mit dem Radius R wird in ein homogenes $\vec{B}$-Feld gebracht, das parallel zur Achse des Zylinders gerichtet ist.



Der Zylinder rotiert mit einer Winkelgeschwindigkeit ω um seine Achse ($v \ll c$). Man bestimme die resultierende Polarisation und die Polarisationsflächenladungsdichte auf der Oberfläche.

26. Doppler Effekt und Aberration 3 Punkte

Aus der Invarianz der Phase $\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t$ einer ebenen harmonischen Welle ermittle man $\vec{k'}$ und ω' als Funktion von $\vec{k}$ und ω, wenn sich die Bezugssysteme Σ und Σ' relativ zueinander mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = v\vec{e}_x$ bewegen. Seien θ und θ' die Winkel, die $\vec{k}$ und $\vec{k'}$ mit $\vec{v}$ bilden, dann lassen sich ω' und θ' durch ω und θ ausdrücken. Wie lauten diese Beziehungen?
Anleitung: Man untersuche zunächst die Transformation $\vec{k'}(\vec{k}, \omega)$, $\omega'(\vec{k}, \omega)$ und beachte $|\vec{k}| = \omega/c$, $|\vec{k'}| = \omega'/c$.

Abgabetermin: Mi den 9.2. 2011 in der Vorlesung

Siehe auch: http://users.physik.fu-berlin.de/˜kamecke/lehre.html

Anleitung zur Lösung

24. Bewegte Materie

$$\left.\begin{array}{ll}\vec{E}' = \gamma\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right) & , \ \vec{D}' = \gamma\left(\vec{D} + \epsilon_0\mu_0\vec{v}\times\vec{H}\right) \\ \vec{B}' = \gamma\left(\vec{B} - \epsilon_0\mu_0\vec{v}\times\vec{E}\right) & , \ \vec{H}' = \gamma\left(\vec{H} - \vec{v}\times\vec{D}\right) \\ \vec{D}' = \epsilon_0\epsilon\vec{E}' & , \ \mu_0\vec{H}' = \vec{B}'\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{c}\vec{D}' = \gamma\left(\vec{D} + \epsilon_0\mu_0\vec{v}\times\vec{H}\right) = \epsilon_0\epsilon\gamma\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right) \\ \vec{B}' = \gamma\left(\vec{B} - \epsilon_0\mu_0\vec{v}\times\vec{E}\right) = \mu_0\gamma\left(\vec{H} - \vec{v}\times\vec{D}\right) \\ \mu_0\vec{v}\times\vec{H} = \vec{v}\times\vec{B}\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\vec{D} = \epsilon_0\epsilon\vec{E} + \epsilon_0\epsilon\vec{v}\times\vec{B} - \epsilon_0\mu_0\vec{v}\times\vec{H} \\ \quad = \epsilon_0\epsilon\vec{E} + \epsilon_0\left(\epsilon - 1\right)\vec{v}\times\vec{B}\end{array}\right.$$

$$0 = \operatorname{div}\vec{D}(R) \overset{\text{Zylinderkoord.}}{=} \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}RD_R \Rightarrow \vec{D} = 0 \Rightarrow \vec{E} = -\frac{(\epsilon-1)}{\epsilon}\vec{v}\times\vec{B} \Rightarrow$$

$$\vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0\vec{E} = \epsilon_0\frac{(\epsilon-1)}{\epsilon}\vec{v}\times\vec{B} = \epsilon_0\frac{(\epsilon-1)}{\epsilon}\omega B\vec{r}$$

$$\sigma_P = \epsilon_0\frac{(\epsilon-1)}{\epsilon}\omega R, \ \frac{Q_P}{l} = 2\pi R^2\frac{(\epsilon-1)}{\epsilon}\omega B$$

26. Doppler Effekt und Aberration

$k^\mu = \begin{pmatrix}\frac{1}{c}\omega \\ \vec{k}\end{pmatrix}$, $x^\mu = \begin{pmatrix}ct \\ \vec{r}\end{pmatrix}$, $x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu$, $k_x = k\cos\vartheta$, $k'_x = k'\cos\vartheta'$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, $\beta = v/c$

$$\left.\begin{array}{l}\phi = kx = \phi' = k'x' \\ x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu\end{array}\right\} \Rightarrow k'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu k^\nu \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\omega' = \gamma\left(\omega - \beta c k_x\right) = \gamma\omega\left(1 - \beta\cos\vartheta\right) \\ k'_x = \gamma\left(k_x - \frac{1}{c}\beta\omega\right)\end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\omega' = \gamma\omega\left(1 - \beta\cos\vartheta\right)$$

$$\cos\vartheta' = k'_x/k' = \gamma\left(ck_x - \beta\omega\right)/\omega' = \frac{\cos\vartheta - \beta}{1 - \beta\cos\vartheta}$$