Übungen zur Vorlesung „Theoretische Physik 3“

Blatt 12   19.1.2011   WS 10/11

27. Ladung im Magnetfeld

Gegeben sei ein homogenes Magnetfeld mit $\vec{B} = B\vec{e}_z$. Man berechne die Bahn eines Teilchens mit der Masse m,der elektrischen Ladung q und der Anfangsgeschwindigkeit zur Zeit $t = 0$

a) $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_y$ **1 Punkt**

b) $\vec{v}_0 = v_{0y}\vec{e}_y + v_{0z}\vec{e}_z$ **1 Punkt**

28. Geladene Kugel

Für eine Kugel mit Radius R und konstanter Ladungsdichte $\rho(\vec{r}) = \rho_0$ bestimme man mit Hilfe des Gaußschen Gesetzes

$$\int_{\partial V} d\vec{f} \cdot \vec{D} = Q_V = \int_V d^3x\rho(\vec{r})$$

a) das $\vec{D}$-Feld außerhalb und innerhalb der Kugel (siehe Aufgabe 9)

b) das Potential außen und innen (Hinweis: das Potential ist stetig) **1 Punkt**

c) die Energie des elektrischen Feldes außen und innen **1 Punkt**

29. Kugelkondensator

Gegeben ein Kugelkondensator bestehend aus zwei leitenden konzentrischen Kugelschalen: $r = |\vec{r}| = R_1$ und $r = R_2$ und den Ladungen Q_1 und Q_2.

a) Man bestimme das $\vec{D}$-Feld in den Bereichen $0 < r < R_1,\ R_1 < r < R_2,\ R_2 < r$. **1 Punkt**

b) Man bestimme das Potential in den drei Bereichen für die Normierung $\varphi(\infty) = 0$. **1 Punkt**

c) Für $Q_2 = -Q_1$ bestimme man die Energiedichte des elektrischen Feldes und die Gesamtenergie. Man bestimme die Kapazität des Kondensators. **1 Punkt**

Abgabetermin: Mi den 26.1. 2011 in der Vorlesung

Siehe auch: http://users.physik.fu-berlin.de/˜kamecke/lehre.html

Anleitung zur Lösung

27. Ladung im Magnetfeld

Kraft $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a}$

a) $ma = F = qvB$

$$\begin{aligned}
\vec{r}(t) &= \vec{e}_x R\cos\omega t + \vec{e}_y R\sin\omega t \\
\vec{v}(t) &= -\vec{e}_x R\omega \sin\omega t + \vec{e}_y R\omega\cos\omega t \\
\vec{a}(t) &= -\vec{e}_x R\omega^2 \cos\omega t - \vec{e}_y R\omega^2 \sin\omega t
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v = v_0 = R\omega \\ a = R\omega^2 = F/m = qR\omega B/m \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R = v_0/\omega \\ \omega = Bq/m \end{array} \right.$$

b)

$$\vec{r}(t) = \vec{e}_x R\cos\omega t + \vec{e}_y R\sin\omega t + \vec{e}_z v_{0z} t$$

mit $R = v_{y0}/\omega,\ \omega = Bq/m.$

28. Geladene Kugel

$Q = \rho_0 \frac{4}{3}\pi R^3$

$$\begin{aligned}
&\text{a)} \quad : D_a = \frac{Q}{4\pi}\frac{1}{r^2},\ D_i = \frac{Q}{4\pi}\frac{r}{R^3} \\
&\text{b)} \quad : \varphi_a = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r},\ \varphi_i = -\frac{1}{2}\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{r^2 - 3R^2}{R^3}
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
W_a &= \frac{1}{2}\int ED d^3x = \frac{1}{2}4\pi\frac{1}{\epsilon_0}\left(\frac{Q}{4\pi}\right)^2 \int_R^\infty r^{-2} dr = \frac{1}{2}4\pi\frac{1}{\epsilon_0}\left(\frac{Q}{4\pi}\right)^2 \frac{1}{R} \\
W_i &= \frac{1}{2}\int ED d^3x = \frac{1}{2}4\pi\frac{1}{\epsilon_0}\left(\frac{Q}{4\pi R^3}\right)^2 \int_0^R r^4 dr = \frac{1}{2}4\pi\frac{1}{\epsilon_0}\left(\frac{Q}{4\pi R^3}\right)^2 \frac{1}{5}R^5
\end{aligned}$$

29. Kugelkondensator

a)

$$D(r) = \frac{1}{4\pi r^2}\begin{cases} 0 & \text{für } 0 < r < R_1 \\ Q_1 & \text{für } R_1 < r < R_2 \\ Q_1 + Q_2 & \text{für } R_2 < r \end{cases}$$

b)

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r}\begin{cases} Q_1\frac{r}{R_1} + Q_2\frac{r}{R_2} & \text{für } 0 < r < R_1 \\ Q_1 + Q_2\frac{r}{R_2} & \text{für } R_1 < r < R_2 \\ Q_1 + Q_2 & \text{für } R_2 < r \end{cases}$$

c)

$$\begin{aligned}
w(r) &= \frac{1}{2}DE = \frac{1}{2\epsilon_0}D^2 = \frac{1}{2\epsilon_0}\left(\frac{Q_1}{4\pi r^2}\right)^2 \begin{cases} 0 \text{ für } 0 < r < R_1 \text{ und } R_2 < r \\ 1 \text{ für } R_1 < r < R_2 \end{cases} \\
W &= 4\pi\int_{R_1}^{R_2} r^2 dr = 4\pi\frac{1}{2\epsilon_0}\left(\frac{Q_1}{4\pi}\right)^2 \int_{R_1}^{R_2} r^{-2} dr = \frac{1}{8\pi\epsilon_0}Q_1^2\frac{R_2 - R_1}{R_2 R_1} \\
U &= \varphi(R_1) - \varphi(R_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}Q_1 = Q_1/C \Rightarrow C = 4\pi\epsilon_0\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}
\end{aligned}$$