

Übungen zur Vorlesung „Theoretische Physik 3“

Blatt 1 18.10.2010 WS 10/11

1. Coulombpotential

Gegeben sei das elektrische Feld einer Punktladung im Vakuum am Ort 0

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}$$

a) Man zeige: $\operatorname{rot} \vec{E} = 0$ und man bestimme das Potential 1 Punkt

$$\phi(\vec{r}) = - \int_{\infty}^{\vec{r}} d\vec{r}' \vec{E}(\vec{r}')$$

b) Man verifiziere 1 Punkt

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\phi(\vec{r}).$$

c) Man zeige: 1 Punkt

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0 \text{ und } -\Delta\phi = 0 \text{ für } \vec{r} \neq 0$$

d) Die Diracsche δ -Funktion sei definiert durch: 1 Punkt

$$\int_V d^3x \delta^{(3)}(\vec{r}) = \begin{cases} 0 & \text{falls } 0 \notin V \\ 1 & \text{falls } 0 \in V \end{cases}, \quad \text{d.h. } \int_{\mathbb{R}^3} d^3x \delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}_0) f(\vec{r}) = f(\vec{r}_0).$$

(Beachte: Die Diracsche δ -Funktion ist keine Funktion sondern eine Distribution!)

Man zeige:

$$\boxed{\Delta \frac{1}{r} = -4\pi\delta^{(3)}(\vec{r})}$$

d.h. mit $\vec{D} = \epsilon_0\vec{E}$ gilt

$$\operatorname{div} \vec{D} = -\epsilon_0\Delta\phi = q\delta^{(3)}(\vec{r}).$$

Anleitung: Man benutze c) und den Gaußschen Satz für eine Kugel K um 0 und zeige

$$\int_K d^3x \operatorname{div} \vec{r} |\vec{r}|^{-3} = \int_{\partial K} d\vec{f} \cdot \vec{r} |\vec{r}|^{-3} = 4\pi.$$

2. Vektorrechnung

Man zeige:

2 Punkte

$$\operatorname{rot} \operatorname{grad} \phi = 0$$

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{A} = 0$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}, \quad \text{mit } \Delta = \vec{\nabla}^2$$

$$\operatorname{div} (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \operatorname{rot} \vec{A} - \vec{A} \operatorname{rot} \vec{B}$$

Abgabetermin: Mi den 27. 10. 2010 in der Vorlesung

Siehe auch: <http://users.physik.fu-berlin.de/~kamecke/lehre.html>