

Statistische Physik - Theorie der Wärme  
(PD Dr. M. Falcke)

Klausur

Teil 1: Fragen zum Verständnis

(16 Punkte)

1. Welches sind die thermodynamischen Potentiale in der mikrokanonischen und in der kanonischen Gesamtheit, welches sind ihre natürlichen Variablen und wie lassen sich die Potentiale aus der jeweiligen Zustandssumme ableiten? Wie berechnen sich die jeweiligen Zustandssummen?
2. Welcher physikalischen Situation entsprechen die im vorherigen Punkt erwähnten Gesamtheiten?
3. Wie erhält man aus der kanonischen Zustandssumme die kalorische bzw. die thermische Zustandsgleichung?
4. Geben Sie zwei Definitionen für die Entropie an. Wann sind diese äquivalent?
5. Gibt es negative Temperaturen? Begründen Sie ihre Antwort!
6. Welche Rolle spielen Fluktuationen für die Wärmekapazität  $C_V$ ?
7. Warum besitzen Mittelwerte für makroskopische Observable (wie z.B. Energie  $\langle E \rangle$ ) in makroskopischen Systemen ( $N, V \rightarrow \infty$ ) einen "scharfen" Wert?

**Hinweis:** Hier kann das Ergebnis aus Aufgabe 6. benutzt und die Begründung am Beispiel eines idealen Gases gegeben werden.

Teil 2: Aufgaben

Aufgabe 1

(6 Punkte)

Die Zustandsgleichungen eines Boltzmann-Gases, das aus  $N$  Atomen der Masse  $m$  besteht, lauten:

$$p = \frac{k}{m} \rho T, \quad \hat{u} = \frac{3k}{2m} T.$$

Hierbei bezeichnen  $\rho = M/V$  die Dichte und  $\hat{u} = U/M$  die spezifische innere Energie des Gases ( $M = Nm$ ). Das Gas befindet sich in einer isolierten 3-dimensionalen Kugelschale mit  $r_0 \leq r \leq 2r_0$ , die als abgeschlossenes System betrachtet werden kann.

Zu einem Anfangszeitpunkt  $t = 0$  werde folgender Druckverlauf im System präpariert

$$p(t=0) = \frac{p_0}{2} \left(1 + \frac{r_0}{r}\right) \cdot \mathcal{L} \frac{1}{r}$$

- a. Welcher Zustand wird sich aufgrund irreversibler Prozesse nach genügend langer Wartezeit einstellen?
- b. Berechnen Sie die Druckverteilung für diesen Zustand.

bitte wenden!

System abgeschlossen

↳ gibt es Erhaltungsgesetze

## Aufgabe 2

(9 Punkte)

Für ein klassisches ultrarelativistisches Gas von  $N$  Teilchen lautet die Hamiltonfunktion  $H = \sum_{a=1}^N |\vec{p}_a| c$ . Berechnen Sie unter Zuhilfenahme der kanonischen Gesamtheit

- die kalorische und thermische Zustandsgleichung,
- die Beziehung zwischen Druck und Energiedichte,
- die Wärmekapazität bei konstantem Volumen.

Berechnen Sie die kalorische Zustandsgleichung auch unter Verwendung des Gleichverteilungssatzes der Energie.

**Hinweis:** Es ist

$$\int_0^{\infty} y^2 e^{-y} dy = 2.$$

## Aufgabe 3

(9 Punkte)

Die Wahrscheinlichkeit in einer großkanonischen Gesamtheit ein System mit  $N$  Teilchen anzutreffen sei  $p(N)$ .

- Berechnen Sie  $p(N)$  für ein ideales klassisches Gas im Volumen  $V$ .
- Drücken Sie  $p(N)$  als Funktion der mittleren Teilchenzahl  $\langle N \rangle$  aus.

- kan. Ensemble

$P(\text{Teilchen mit fixer Energie})$

Gesamtpunktzahl: 40

**Bearbeitungszeit:** 1 1/2 Stunden.  
**zugelassene Hilfsmittel:** keine.  
Lösungswege müssen erkennbar sein!

$$\langle N \rangle = \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln(Z_G)$$

Viel Erfolg!

Klausur0002.jpeg