

**Statistische Physik - Theorie der Wärme**  
(PD Dr. M. Falcke)

**Übungsblatt 1: Kombinatorik**

**Aufgabe 1**

(6 Punkte)

- Vergleichen Sie die Wahrscheinlichkeit, einen 4er beim Lotto 6 aus 49 mit der Wahrscheinlichkeit, einen 4er beim Lotto 5 aus 35 zu tippen.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für einen 3er mit und ohne Zusatzzahl beim Lotto 6 aus 49. Was folgt daraus im allgemeinen für einen 3er bei 6 aus 49?
- Eine Matrose steht vor  $n$  Fahnenmasten und soll darauf  $r$  unterscheidbare Fahnen hissen. Wieviele Möglichkeiten hat er dazu? Hierbei gibt es keine Beschränkung hinsichtlich der Anzahl der Fahnen pro Mast.
- Ein Fahrstuhl mit  $r$  Passagieren fährt vom Erdgeschoß in den 45. Stock. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, daß keine 2 Passagiere auf der gleichen Etage aussteigen? Wieviele Passagiere müssen mindestens mitfahren, daß mit einer Wahrscheinlichkeit  $p > 1/2$  mindestens 2 Fahrgäste auf der gleichen Etage aussteigen?
- Bridge wird mit 13 Karten (2,3,...,As) in 4 Farben gespielt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, daß jeder Spieler genau ein As auf der Hand hält?

**Aufgabe 2**

(2 Punkte)

Aus einem Kartenspiel (36 Karten) werden nacheinander 2 Karten gezogen. Gesucht sind

- die unbedingte Wahrscheinlichkeit dafür, daß die 2. Karte ein As ist (ohne daß man weiß, welche Karte zuerst gezogen wurde) und
- die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür, daß die 2. Karte ein As ist, wenn zuvor ein As gezogen wurde.

**Aufgabe 3**

(3 Punkte)

Beweisen Sie, daß für große  $n$  Stirlings Formel zur Approximation der Fakultät gilt:

$$n! \sim \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}.$$

**Hinweis:** Verwenden Sie die Identität  $n! = \Gamma(n+1) = \int_0^\infty x^n e^{-x} dx$  und entwickeln Sie die Funktion  $f(x) = n \ln x - x$  um ihr Maximum (Sattelpunktmethode). Die asymptotische Entwicklung der komplementären Fehlerfunktion  $\operatorname{erfc}(x)$  ist:

$$\operatorname{erfc}(x) := \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2} dt \sim \frac{e^{-x^2}}{x}.$$

**Abgabetermin:** Mittwoch, 25.10.2006 vor Beginn der Vorlesung.