

**Statistische Physik - Theorie der Wärme**  
(PD Dr. M. Falcke)

**Übungsblatt 5: Van-der-Waals Gas / Kanonisches Ensemble**

**Aufgabe 1**

(2 Punkte)

Leiten Sie aus der in der Vorlesung berechneten Zustandssumme des van-der-Waals Gases

$$Z = \frac{(V - V_0)^N}{\lambda^{3N} N!} e^{\frac{N^2 a}{V k T}}$$

- die thermische Zustandsgleichung  $p = p(V, T)$ ,
- die kalorische Zustandsgleichung  $E = E(V, T)$ ,
- sowie die spezifische Wärme  $C_V$

ab und vergleichen Sie die Ergebnisse mit denen des idealen Gases.

**Aufgabe 2**

(4 Punkte)

Ein Teilchen der Masse  $m$  befinde sich in einer magneto-optischen Falle. Um das Teilchen in der Horizontalen zu halten, wirken Magnetfelder und Laserstrahlen auf das Teilchen. Die Wirkung dieser Felder kann effektiv durch eine lineare Rückstellkraft  $\mathbf{F}_R$  beschrieben werden, d.h.  $|\mathbf{F}_R| = a|z|$ ,  $a > 0$ . Zusätzlich unterliegt das Teilchen der Schwerkraft. Die Falle stehe in einer Umgebung der Temperatur  $T$  und der Gravitationskonstanten  $g$ .

- Berechnen Sie die mittlere vertikale Auslenkung des Teilchens. Leiten Sie das Resultat einmal klassisch und einmal statistisch ab.
- Wie groß sind die thermischen Fluktuationen  $\sigma_z$  des Teilchens um die Gleichgewichtslage?
- Experimente mit der Falle werden unmöglich, wenn  $\sigma_z = \langle z \rangle$  gilt. Wie groß muß die Federkonstante minimal sein, daß ein einzelnes  $^{87}\text{Rb}$  Atom bei  $T = 20^\circ\text{C}$  in der Falle gehalten werden kann?

**Aufgabe 3**

(4 Punkte)

- Zeigen Sie, daß der Betrag der elektrischen Polarisation  $P$  eines idealen Gases, dessen  $N$  Moleküle jeweils ein elektrisches Dipolmoment vom Betrag  $\mu$  tragen, gegeben ist durch

$$P = \frac{N}{V} \mu \left[ \coth \left( \frac{\mu E}{k_B T} \right) - \frac{k_B T}{\mu E} \right],$$

wobei  $V$  das Volumen des Gases und  $E$  die Stärke des äußeren elektrischen Feldes ist.

- b. Zeigen Sie, daß in kleinen elektrischen Feldern, d.h.  $\mu E \ll k_B T$ , die dielektrische Konstante  $\epsilon_r$  des Gases die Relation

$$\epsilon_r = 1 + \frac{1}{\epsilon_0} \frac{N}{V} \frac{\mu^2}{3k_B T}$$

erfüllt.

**Hinweis:** Welcher Zusammenhang besteht zwischen der dielektrischen Verschiebung und der Polarisation? Wie hängen das elektrische Feld und die Polarisation für kleine Feldstärken zusammen?

**Abgabetermin:** Mittwoch, 23.11.2005 vor Beginn der Vorlesung.