Freie Universität Berlin
Fachbereich Physik

WS 2005/2006
26.10.2005

Statistische Physik - Theorie der Wärme

(PD Dr. M. Falcke)

Übungsblatt 2: Bayesche Formel, charakteristische Funktionen und statistische Unabhängigkeit

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Gegeben seien 5 Urnen folgenden Inhalts:

2 Urnen vom Inhalt A_1 mit je 2 weissen und 3 schwarzen Kugeln,
2 Urnen von Inhalt A_2 mit je einer weissen Kugel und 4 schwarzen Kugeln,
1 Urne mit dem Inhalt A_3 mit 4 weissen Kugeln und einer schwarzen Kugel.

Aus einer willkürlich ausgewählten Urne werde eine Kugel herausgenommen. Sie sei weiss. Wie gross ist die W.keit dafür, dass die herausgegriffene Kugel aus der Urne vom Inhalt A_3 stammt?

Aufgabe 2 (2 Punkte)

In der Vorlesung wurden neben der charakteristischen Funktion einer Wahrscheinlichkeitsdichte $w(x)$

$$G(k) = \int_{\mathbb{R}} dx\ w(x) e^{ikx} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ik)^n}{n!} \langle x^n \rangle$$

auch die durch

$$\ln G(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(ik)^n}{n!} \langle\langle x^n \rangle\rangle$$

definierten Kumulanten $\langle\langle x^n \rangle\rangle$ eingeführt.
Berechen Sie die Kumulanten bis zur vierten Ordnung als Funktion der Momente $\langle x^n \rangle$!

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Berechnen Sie die charakteristische Funktion für die Binomial- und die Gaussverteilung. Berechnen Sie weiterhin Mittelwert und Varianz für beide Verteilungen

(a) mit Hilfe der charakteristischen Funktion.

(b) mit Hilfe der Definition für die Momente.

Aufgabe 4 (2 Punkte)

φ ist ein zufälliger Phasenwinkel, dessen W.keitsverteilung im Intervall $[0, 2\pi]$ die Gleichverteilung sein soll. Weiterhin sei

$$x = \cos\varphi, \quad y = \sin\varphi.$$

Berechnen Sie die Verbundw.keitsverteilung $p_{xy}(x, y)$, die Randverteilungen $p_x(x)$ und $p_y(y)$ sowie die Kovarianz $\langle\ (x - \langle x \rangle)\ (y - \langle y \rangle)\ \rangle_\varphi$. Sind die beiden Variablen x und y unabhängig?

Abgabetermin: Mittwoch, 2.11.2005 vor Beginn der Vorlesung.