

Statistische Physik - Theorie der Wärme
(PD Dr. M. Falcke)

Übungsblatt 10: Entmagnetisierung, Stabilität Thermodynamischer Systeme

Aufgabe 1

(5 Punkte)

In Gegenwart eines magnetisches Feldes H lautet das totale Differential der inneren Energie

$$dU = TdS - MdH,$$

wobei M das magnetische Moment bezeichnet. Die Magnetisierung M/V hänge mit dem magnetischen Feld über $M = VT_c H / (\mu_0 T)$ zusammen, wobei T_c die Curie-Temperatur bezeichnet. Die Wärmekapazität bei konstantem H -Feld sei C_H , wobei $C_H = aT^3$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ für verschwindendes H gelte.

- Berechnen Sie die komplette Funktion $C_H(H, T)$ für $H \neq 0$.
- Berechnen Sie die Entropie $S(T, H)$.
- Berechnen Sie die adiabatischen Kurven $S(T, H) = \text{const.}$
- Diskutieren Sie ihr Verhalten in einem $H - T$ Diagramm. Welche Schritte sind zur Abkühlung einer Probe zu unternehmen?

Aufgabe 2

(3 Punkte)

In der Vorlesung wurde behauptet, daß aus dem globalen Stabilitätskriterium für thermodynamische Systeme (Bedingung der Konkavität der Entropie)

$$S(U + \Delta U, V + \Delta V, N) + S(U - \Delta U, V - \Delta V, N) \leq 2S(U, V, N)$$

im Limes $\Delta U \rightarrow 0$, $\Delta V \rightarrow 0$ die folgenden lokalen Stabilitätsbedingungen folgen:

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2}\right)_{V,N} \leq 0, \quad \left(\frac{\partial^2 S}{\partial V^2}\right)_{U,N} \leq 0,$$
$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2}\right)_{V,N} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial V^2}\right)_{U,N} - \left(\frac{\partial^2 S}{\partial U \partial V}\right)_N^2 \geq 0.$$

Beweisen Sie diese Behauptung!

Aufgabe 3

(3 Punkte)

Zeigen Sie, daß ein 2-Energie-Niveau-System im Bereich negativer absoluter Temperaturen im Sinne von Aufgabe 2 stabil ist. Gehen Sie dazu von einem Spin-1/2-System im homogenen Magnetfeld H aus. Dessen freie Energie ist durch $F = -NkT \ln \left[2 \cosh \left(\frac{\mu_B H}{kT} \right) \right]$ gegeben.

Hinweis: Die Ergebnisse von Blatt 4 / Aufgabe 1 können benutzt werden.

Abgabetermin: Mittwoch, 18.01.2006 vor Beginn der Vorlesung.