# 7. Übungsblatt zur Vorlesung "Statistische Physik" SS07

Prof. Dr. L. Schimansky-Geier, Dr. T. Engel, F. Müller Abgabe: 15.06.07

### Planck'sches Strahlungsgesetz und innere Freiheitsgrade

1. **Hohlraumstrahlung.**

   Ein Hohlraumstrahler besteht aus perfekt leitenden Wänden und ist vollkommen in einem Wärmebad der Temperatur $T$ eingebettet.

   (a) Vorüberlegung: die Zustandssumme $Z$ kann im Allgemeinen als Zustandsintegral

   $$Z = \int_{U_{min}}^{U_{max}} D(U) e^{-U/k_B T} dU$$

   formuliert werden, wobei $D(U)$ die Zustandsdichte ist. Geben Sie $D(U)$ und $Z$ für eine mikrokanonische Gesamtheit und für eine kanonische Gesamtheit eines Quantensystems mit diskretem Energiespektrum an. Erläutern Sie die Bedeutung von $D(U)dU$.

   (b) Die Photonen eines Hohlraumstrahlers entsprechen im Wellenbild Modenschwingungen elektromagnetischer Wellen und können als quantisierte harmonische Oszillatoren der Winkelfrequenz $\omega$ behandelt werden. Geben Sie die Zustandssumme $z(\omega)$ einer einzigen Schwingungsmode an. Formulieren Sie daraus die Zustandssumme $Z$ des Systems für kontinuierliche Winkelfrequenzen $\omega$ unter Verwendung der Zustandsdichte $D(\omega)$.

   (c) Unter der Näherung eines kontinuierlichen Frequenzspektrums findet man die Zustandsdichte

   $$D(\omega) = \frac{V}{\pi^2 c^3}\omega^2.$$

   Bestimmen Sie die Nullpunktsenergie $U_0$ und betrachten Sie im Folgenden alle Energien bzgl. $U_0$. Geben Sie die Spektraldichte $u(\omega)$ an und leiten Sie die innere Energie und das Stefan-Boltzmann-Strahlungsgesetz ab. Leiten Sie ausserdem das Wien'sche Verschiebungsgesetz ab.

   **(10 Punkte)**

2. **Gase mit mehreren Freiheitsgraden.**

   Betrachten Sie ein ideales Gas aus Molekülen, die translatieren, sich um ihre Hauptträgheitsachsen drehen können und deren Atome gegeneinander schwingen. Hierbei wechselwirkt die Translation nicht mit der Rotation und nicht mit der Vibration; auch die Rotation ist von der Vibration unabhängig.

   (a) Geben Sie die klassische Hamiltonfunktion des Systems und die Zustandssumme eines Gases aus $N$ Atomen in der Form $Z = Z_t^N Z_r^N Z_s^N / N!$ an.

   (b) Betrachten Sie nun ein 2-atomiges Gas, das frei translatiert. Bestimmen Sie $Z_t$, $Z_r$ und $Z_s$.

   (c) Berechen Sie für das 2-atomige Gas die Beiträge der Translations-, Rotations- und Schwingungsfreiheitsgrade zur inneren Energie und Wärmekapazität $C_v$.

   **(10 Punkte)**