Übungen zur Thermodynamik

9. Blatt 15. Juni. 2005

Abgabe 22. 6. Postfach neben dem Raum 1.4.16

Statistische Formel für die spezifische Wärme

19. a) Berechnen Sie die spezifische Wärme C als Mittelwert. Prüfen Sie nach, ob folgende Formel

$$C = \frac{1}{k\,T^2}\,\overline{\left(E - \overline{E}\right)^2} \qquad (*)$$

richtig ist, wobei die Mittelwert der Energie $\overline{E} = \sum_i E_i p_i$ durch die Boltzmanngewichte $p_i = \mathrm{e}^{-E_i/kT} / \sum_j \mathrm{e}^{-E_j/kT}$ festgelegt ist. Für die spezifische Wärme gilt dieselbe Mittelungsprozedur für das Quadrat der Energiefluktuationen. Das sind die Abweichungen der Energiewerte E_i der einzelnen Zustände vom Mittelwert $\overline{E}$.

b) Kann man auf diese Weise die spezifische Wärme eines idealen Gases berechnen? Versuchen Sie es, berücksichtigen Sie dabei nur die kinetische Energie und die Maxwellverteilung für die Mittelung.

Magnetische Suszeptibilität als statistischer Mittelwert

20. a) Eine zu $(*)$ analoge Formel gibt es auch für die magnetische Suszeptibilität χ

$$\chi = \frac{1}{k\,T}\,\overline{\left(M_z - \overline{M}_z\right)^2}\,, \qquad (**)$$

wobei M_z die z–Komponente der Magnetisierung $\vec{M}$ ist. In z–Richtung soll auch das magnetische Feld $\vec{H}$ zeigen, so daß die Energie eines Zustandes i mit der Magnetisierung M_i gleich $E_i - \vec{M}_i \cdot \vec{H}$ ist. Bildet man also mit diesen Energiewerten die Boltzmanngewichte $p_i = \mathrm{e}^{-(E_i - \vec{M}_i \vec{H})/kT} / \sum_j \mathrm{e}^{-(E_j - \vec{M}_j \vec{H})/kT}$ dann ist der Mittelwert der Magnetisierung

$$\overline{M}_z = -\left(\frac{\partial F}{\partial H_z}\right)_T = \sum_i M_i\,p_i\ .$$

Die Suszeptibilität χ ist dann die zweite Ableitung $\chi_{zz} = -\left(\frac{\partial^2 F}{\partial H_z^2}\right)_T$ der Freien Energie. Zeigen Sie, daß sich daraus $(**)$ ergibt.

b) Vergleichen Sie die Formel $(**)$ mit Curies Formel für die Suszeptibilität einer paramagnetischen Substanz.