

Übungen zur Thermodynamik

4. Blatt 11. 5. 2005

Abgabe 18. 5. Postfach "Thermodynamik" nahe 1.4.16 oder in der Vorlesung

Jacobideterminante

1. a) Zeigen Sie das die Jacobideterminante

$$\frac{\partial(p, V)}{\partial(T, S)} = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_S \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_T - \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_S = 1$$

gleich 1 ist.

- b) Der Zyklus einer thermodynamischen Maschine wird durch eine geschlossene Kurve in einen (p, V) -Diagramm dargestellt, um die Arbeit W

$$W = \iint dp dV ,$$

die diese Maschine leistet, zu ermitteln. Analog kann in einen (T, S) -Diagramm die verbrauchte Wärmemenge abgelesen werden. Die Fläche, die die geschlossenen Kurve des Kreisprozesses einschließt, ist diese Wärmemenge Q

$$Q = \iint dT dS ,$$

wie vorher die Arbeit W im (p, V) -Diagramm. Zeigen Sie, daß dies in der Tat der Fall ist. Verwenden Sie auch das Ergebnis a), um die Gleichheit von Q und W zu zeigen.

Mechanische Stabilität

2. Die freie Energie eines aus zwei Teilen zusammengesetzten Systems, die miteinander im thermischen Kontakt sind sei

$$F(T, V) = F_1(T, V_1) + F_2(T, V_2)$$

wobei $V = V_1 + V_2$ ist. Ein Beispiel für solch ein System sind zwei Flüssigkeiten, die sich nicht mischen. Zeigen Sie, daß im Gleichgewicht die freie Energie ein Minimum ist, d.h., es sollte $(\partial^2 F / \partial V_1^2)_T > 0$ sein.

Van der Waals Gleichung

- 3 Unter den Isothermen der van der Waals Gleichung

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

gibt es genau eine, die einen Wendpunkt mit waagerechter Tangente hat. Sie bestimmt die so genannte kritische Temperatur bei der der Unterschied zwischen Flüssigkeit und Gas verschwindet. Bestimmen Sie diese Temperatur T_{kr} und auch die durch den Wendpunkt festgelegten Werte für das kritische Volumen V_{kr} und p_{kr} . Zeigen Sie, daß das Verhältnis dieser Größen einen festen Wert

$$\frac{RT_{kr}}{V_{kr} p_{kr}} = \frac{8}{3} \approx 2.7$$

haben sollte. Suchen Sie nach experimentellen Werten und prüfen Sie nach, ob dies wirklich stimmt.