Übungen zur Thermodynamik

11. Blatt 29. Juni. 2005

Abgabe 6. Juli. 2005, Postfach Thermodynamik gegenüber Raum 1.4.18

1. Bose–Einstein–Kondensation

Bestimmen Sie die Temperatur T_0 bei der die Bose–Einstein–Kondensation einsetzt. Diese Temperatur ist durch die Teilchendichte N/V bestimmt

$$\frac{N}{V} = 4\,\pi\sqrt{2}\;\frac{m^{3/2}(k_B T_0)^{3/2}}{h^3}\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}\,dx}{\mathrm{e}^x - 1} \tag{$*$}$$

wobei die Teilchen mit Masse m keinen Spin haben wie die Heliumatome (He^4).

(a) Leiten Sie also die Formel ($*$) her, wobei das chemische Potential μ, das bei höheren Temperaturen als T_0 negativ ist, $\mu < 0$, bei der Kondensationstemperatur T_0 gleich Null gesetzt worden ist, so daß es in der Formel ($*$) nicht mehr auftaucht. Die Formel ($*$) enthält statt e^x eigentlich $\mathrm{e}^{x-\mu/(k_B T)}$ für $T > T_0$. Mit der thermischen Wellenlänge $\lambda = \sqrt{2\,\pi\hbar^2/(m\,k_B T)}$ läßt sich ($*$) "eleganter" schreiben

$$\frac{N}{V} = \frac{1}{\lambda^3}\,\zeta(\tfrac{3}{2}) \tag{$**$}$$

mit der ζ–Funktion und $\zeta(\frac{3}{2}) = 2.612\ldots$

(b) Nehmen Sie die Dichte von flüssigen Helium und bestimmen Sie mit der Formel ($**$) die Temperatur T_0, die in der Tat nicht weit vom Temperaturwert T_λ für den Übergang in den suprafluiden Zustand von He^4 wegliegt. Dies ist natürlich nicht wirklich vernünftig, denn He^4 ist kein ideales Bosegas.

Seit einigen Jahren, kann man in "Fallen" ganz verdünnte System von Natrium und Lithiumpartikeln bei extrem tiefen Temperaturen mit wenigen μK präparieren. Sehen Sie sich z.B. den folgenden Artikel an "Bose–Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms", Davis, Mewes, Andrews, van Druten, Durfee, Kurn & Ketterle Phys.Rev.Lett. **75** 3969 (1995). Prüfen Sie also nach, ob mit der in diesem Artikel gegebenen Abschätzung von $4 \times 10^{14}\,\mathrm{cm}^{-3}$ für die Teilchendichte sich tatsächlich eine μK–Temperatur für T_0 ergibt.