

Abgabetermin: Montag, 3.1.2011, *Anfang* der Vorlesung (d.h. spätestens 12:15)

Aufgabe 1: Fingerübungen (10 Punkte)

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial f}{\partial x} \quad ; \quad \frac{\partial f}{\partial y} \quad ; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad ; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} \quad ; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

der Funktionen $f(x, y) = xy \cos xy$, $f(x, y) = (x + 2y)^3$ und $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$.

Aufgabe 2: Gradient (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass der Gradient in Zylinder- und Kugelkoordinaten über

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{\mathbf{e}}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\mathbf{e}}_\varphi + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{\mathbf{e}}_z \quad (1)$$

bzw.

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{\mathbf{e}}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\mathbf{e}}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\mathbf{e}}_\varphi \quad (2)$$

berechnet werden kann.

Aufgabe 3: Impuls- und Energieerhaltung (10 Punkte)

Zwei als punktförmig betrachtete und senkrecht übereinander liegende Bälle der Massen m und M fallen aus der Höhe h_0 und werden vom Boden reflektiert. Wie hoch springt der obere (und leichtere) der beiden Bälle mit Masse m nach der Reflektion in Abhängigkeit von h_0, m, M ? Alle Stöße seien perfekt elastisch, d.h. nur die kinetische Energie der Bälle geht beim Stoß in die Energieerhaltung ein. Unter welchen Bedingungen kann der obere Ball nach dem Stoß weit über die Anfangshöhe hinausschießen? Wann erreicht er gerade wieder seine Anfangshöhe. Dies ist eine beliebte Demonstration in Wissenschaftsmuseen.

Aufgabe 4: Käfer (10 Punkte)

Zwischen einer Person und der Wand ist ein perfekt elastisches Band der Anfangslänge 1 m gespannt. Am Wandende sitzt auf dem Band ein Käfer. Person und Käfer beginnen zur gleichen Zeit von der Wand wegzulaufen; die Person mit einer Geschwindigkeit von 1 m/s *, der Käfer mit 1 cm/s auf dem Band. Wird die Person von dem Käfer gebissen? Wenn ja, wann?

* (wobei sich das Band entsprechend ausdehnt)