

# Übungen zur Theoretischen Physik I      WS 2010/2011      Blatt 2

Abgabetermin: Montag, 01.11.2010, *Anfang* der Vorlesung (d.h. spätestens 12:15)

---

## Aufgabe 1: Fingerübungen (6+4 Punkte)

Sofern bearbeitet, müssen diese Fingerübungen in den Übungsgruppen auf Anforderung ohne Notizen vorgerechnet werden können!

(a) Berechnen Sie die folgenden Summen:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (-1)^{ij}$$
$$\sum_{i=1}^n i$$
$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \delta_{ij} e^{(i-2)x}$$

Hier ist  $\delta_{ij}$  das in der Vorlesung eingeführte Kronecker-Symbol.

(b) Berechnen Sie die folgenden Integrale

$$\int df f \ln f$$
$$\int \frac{dg}{g^2 - x^2}$$
$$\int da \frac{a}{\sqrt{s^2 + a^2}}$$

## Aufgabe 2: Kreuzprodukte (5+5 Punkte)

Beweisen Sie die Produktregel für die Ableitung von Kreuzprodukten

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \frac{d\mathbf{a}}{dt} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \frac{d\mathbf{b}}{dt}$$

(a) ohne Benutzung der Koordinatendarstellungen von  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$

(b) mit Hilfe der Koordinatendarstellungen

## Aufgabe 3: Bahnkurven (5+5 Punkte)

Skizzieren die folgenden Bahnkurven und berechnen Sie sowohl Geschwindigkeit als auch Beschleunigung.

(a)

$$\mathbf{r}(t) = e^{\gamma t} \begin{pmatrix} \sin \omega t \\ -\cos \omega t \end{pmatrix}$$

Fertigen Sie separate Skizzen an für die Fälle  $\gamma > 0$  und  $\gamma < 0$  sowie  $|\gamma| \ll \omega$  und  $|\gamma| \gg \omega$ .

(b)

$$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} R \cos \omega t \\ R \sin \omega t \\ b\omega t/2\pi \end{pmatrix}$$

Geben Sie die anschauliche Bedeutung von  $R$ ,  $b$  und  $\omega$  an.

#### Aufgabe 4: Jacobi-Identität (6+4 Punkte)

(a) Beweisen Sie die Jacobi-Identität

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) + \mathbf{b} \times (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) + \mathbf{c} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = 0$$

*Bemerkung:* Sie werden im Laufe des Physikstudiums weitere Jacobi-Identitäten kennenlernen, nämlich für die Poisson-Klammer in der Hamiltonschen Mechanik und für den Kommutator in der Quantenmechanik.

(b) Der total antisymmetrische  $\epsilon$ -Tensor wird über

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & (ijk) \text{ zyklisch} \\ -1 & (ijk) \text{ antizyklisch} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

definiert, wobei die Indizes  $i$ ,  $j$  und  $k$  die Werte 1, 2, 3 annehmen können. Zeigen Sie zunächst, dass

$$\sum_{i=1}^3 \epsilon_{ijk} \epsilon_{ilm} = \delta_{jl} \delta_{km} - \delta_{jm} \delta_{kl}$$

gilt. Benutzen Sie diese Relation, um die Formel

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{d}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{d})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$$

herzuleiten.

*Bemerkung:* Sie müssen zur Bearbeitung dieser Aufgabe nicht wissen, was ein Tensor ist! Also bitte nicht bereits wegen der Terminologie aufgeben.