Übungen zur Theoretischen Physik I WS 2010/2011 Blatt 12

Abgabetermin: Montag, 24.1.2011, *Anfang* der Vorlesung, d.h. spätestens 12:15

Bemerkung: Aus gegebenen Anlass (wie ausführlich in der Vorlesung besprochen) werden die Klausuren zu 50-100% aus Aufgaben oder Teilen von Aufgaben auf den Übungszetteln bestehen.

Aufgabe 1: Fingerübungen (3+3+4 Punkte)

(a) Geben Sie für die folgenden Kräfte jeweils ein Potential an:

$$F(x) = f\sin(\lambda x); \qquad F(x) = ax^3 - bx \ . \tag{1}$$

.

(b) Geben Sie das Potential und das Kraftgesetz an für den harmonischen Oszillator, den freien Fall im homogenen Schwerefeld der Erde und die Gravitationskraft zwischen Sonne und Planet.

(c) Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2} = at\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

an.

Aufgabe 2: Flächen- und Volumenintegrale (5+5 Punkte)

(a) Benutzen Sie die in der Vorlesung angegebene Regel mit Hilfe eines Spatproduktes, um das Volumenelement in Kugelkoordinaten abzuleiten.

(b) Berechnen Sie das Flächenintegral

$$\int dx\,dy\,\exp\{-\alpha(x^2+y^2)\},$$

wobei der Integrationsbereich der gesamte $\mathbf{R}^2$ sei. Benutzen Sie Ihr Resultat, um das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \exp\{-\alpha x^2\}$$

zu berechnen.

Aufgabe 3: Streuung an harter Kugel (4+3+3 Punkte)

Betrachten Sie die Streuung von (punktförmigen) Teilchen an einer harten Kugel mit Radius R.

(a) Zeigen Sie, dass zwischen Stoßparameter b und Streuwinkel θ die Beziehung

$$b = R\cos(\theta/2)$$

besteht.

(b) Berechnen Sie den zugehörigen differentiellen Wirkungsquerschnitt.

(c) Berechnen Sie den sogenannten totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot}} = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}$.

Aufgabe 4: Trägheitsmomente (4+6 Punkte)

(a) Bestimmen Sie das Trägheitsmoment eines homogenen Würfels um eine zu den Kanten parallele Achse durch den Mittelpunkt.

(b) Die Erde ist ein abgeplattetes Rotationsellipsoid. Die Halbachsen sind $a = b = 6378$km (am Äquator) und $c = 6357$km (Polachse). Hier wollen wir die Trägheitsmomente der Erde um ihre Symmetrieachsen (Hauptachsen) bestimmen.
(i) Berechnen Sie (analog zu 1(a)) das Volumenelement in Ellipsoidkoordinaten r, θ, ϕ

$$\begin{aligned} x &= ar\sin\theta\cos\phi \\ y &= br\sin\theta\sin\phi \\ z &= cr\cos\theta \end{aligned}$$

mit $0 < r < 1$, $0 < \phi < 2\pi$ und $0 < \theta < \pi$.
(ii) Bestimmen Sie die Trägheitsmomente eines homogenen Rotationsellipsoids entlang der drei Hauptachsen durch den Schwerpunkt.