# Übungen zur Theoretischen Physik I WS 2009/2010 Blatt 7

Abgabetermin: Montag, 30.11.2009, *Anfang* der Vorlesung (**d.h. spätestens 12:15**)

**Aufgabe 1: Fingerübungen** (5+5 Punkte)

(a) Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen von $x$:

$$\log_b(x^4) \quad ; \quad b^{\cos x} \quad ; \quad \arccos x \tag{1}$$

Hierbei sollen Sie nur die elementaren Ableitungen von $e^x$, $\ln x$ sowie $\cos x$ als bekannt voraussetzen.

(b) Zeigen Sie, warum sich die allgemeine Lösung inhomogener linearer Differentialgleichungen zusammensetzt aus der allgemeinen Lösung der zugehörigen homogenen Gleichung sowie einer speziellen Lösung der inhomogenen Gleichung.

**Aufgabe 2: Energie des gedämpften harmonischen Oszillators** (10 Punkte)

Berechnen Sie die Gesamtenergie des gedämpften harmonischen Oszillators als Funktion der Zeit. Sie dürfen annehmen, dass der Oszillator *sehr* schwach gedämpft ist, d.h. $\gamma \ll \omega$.

**Aufgabe 3: Freier Fall** (10 Punkte)

Lösen Sie die Bewegungsgleichung für den freien Fall mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes sowie Trennung der Variablen wie in der Vorlesung besprochen. Als Anfangsbedingungen seien $z(t_0 = 0) = 0$ sowie $\dot{z}(t_0 = 0) = v_0$ ($v_0 > 0$) gegeben.

**Aufgabe 4: Elliptische Integrale** (10 Punkte)

In der Vorlesung haben wir im Zusammenhang mit dem Pendel elliptische Integrale kennengelernt. Diese Aufgabe soll den geometrischen Ursprung dieses Namens beleuchten. Zeigen Sie, dass der Umfang einer Ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

gegeben ist durch das vollständige elliptische Integral erster Art

$$U = 4a \int_0^{\pi/2} d\varphi \sqrt{1 - K^2 \sin^2 \varphi}$$

mit $K^2 = 1 - b^2/a^2$.