

Abgabetermin: Montag, 09.11.2008, *Anfang* der Vorlesung (d.h. spätestens 12:15)

Aufgabe 1: Fingerübungen (3+3+4 Punkte)

(a) Vereinfachen Sie

$$\frac{2 + e^{2x} + e^{-2x}}{e^x + e^{-x}} ; \quad \frac{1}{\cosh x + \sinh x} ; \quad \frac{x^3 + x^2 - 23x + 12}{x - 4}$$

(Das Ergebnis soll keine Brüche mehr enthalten.)

(b) Integrieren Sie

$$\int dx \sinh(2x) \cosh x ; \quad \int dx x^2 e^{-4x^2} ; \quad \int dx s^{x+1}$$

(c) Für eine Kreisbewegung gelte $\ddot{\varphi} = a$, wobei a eine Konstante sei. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei $\varphi = 0$ sowie $\dot{\varphi} = 0$. Geben Sie die Winkelgeschwindigkeit ω sowie den Winkel φ zur Zeit t an.

Aufgabe 2: Drehimpuls (3+3+4 Punkte)

Geben Sie einen Ausdruck für den Drehimpulsvektor

$$\mathbf{L} = m \mathbf{r} \times \mathbf{v}$$

an in

(a) Polarkoordinaten (hier: für eine ebene Bewegung; in welche Richtung zeigt der Drehimpulsvektor?)

(b) Zylinderkoordinaten

(c) Kugelkoordinaten

Aufgabe 3: Reibung für schnelle Teilchen (4+4+2 Punkte)

Betrachten Sie ein Teilchen, das sich schnell durch ein viskoses Medium (Flüssigkeit oder Luft) bewegt. Nehmen Sie an, dass die auf das Teilchen wirkende Reibungskraft F_R proportional zum Quadrat der Teilchengeschwindigkeit ist, d. h.

$$F_R(v) = -\beta v^2$$

In dieser Aufgabe soll die Bewegung eines Teilchens diskutiert werden, das zur Zeit $t = 0$ am Ort x_0 die Geschwindigkeit v_0 hat und nur dieser Reibungskraft unterliegt. Die Bewegung sei eindimensional.

(a) Stellen Sie mit Hilfe des 2. Newtonschen Gesetzes eine Differentialgleichung für die Geschwindigkeit des Teilchens auf. Berechnen Sie aus dieser Differentialgleichung die Geschwindigkeit $v(t)$ des Teilchens als Funktion der Zeit.

$$\text{Ergebnis:} \quad v(t) = \frac{v_0}{1 + \frac{v_0 t}{S_0}} \quad S_0 = \frac{m}{\beta}$$

(b) Berechnen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus (a) den Ort $x(t)$ des Teilchens als Funktion der Zeit.

(c) Wie groß ist der zurückgelegte Weg für $t \rightarrow \infty$? Nach welchen Zeiten hat das Teilchen die Strecken S_0 und $10 S_0$ zurückgelegt?

Aufgabe 4: Freie Bewegung auf der Zylinderoberfläche (5+5 Punkte)

(a) Stellen Sie die Newtonschen Bewegungsgleichungen eines Massenpunktes der Masse m auf, der sich ohne weitere äußere Kräfte auf einer Zylinderoberfläche mit Radius R bewegt.

(b) Lösen Sie die Bewegungsgleichung aus (a).