

Übungen zur Theoretischen Physik I WS 2009/2010 Blatt 11

Abgabetermin: Montag, 11.1.2009, *Anfang* der Vorlesung (**d.h. spätestens 12:15**)

Aufgabe 1: Fingerübungen (3+3+4 Punkte)

(a) Geben Sie für die folgenden Kräfte jeweils ein Potential an:

$$F(x) = f \cos(\lambda x); \quad F(x) = ax - bx^3 . \quad (1)$$

(b) Geben Sie das Potential und das Kraftgesetz an für den harmonischen Oszillator, den freien Fall im homogenen Schwerfeld der Erde und die Gravitationskraft zwischen Sonne und Planet.

(c) Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2} = at \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

an.

Aufgabe 2: Wegintegrale (5+5 Punkte)

(a) Berechnen Sie die Wegintegrale

$$I_1 = \oint_{\gamma} d\mathbf{r} \cdot (\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{r})$$
$$I_2 = \oint_{\gamma} d\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}$$

wobei der Weg γ ein Kreis in der xy -Ebene ist mit Radius R und dem Mittelpunkt am Ort \mathbf{a} ist. Der Kreis werde im mathematisch positiven Sinne entgegen dem Uhrzeigersinn durchlaufen.

(b) Berechne das Integral

$$I_3 = \int_{\gamma} d\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}$$

wobei der Weg γ in der xy -Ebene die Parabel $y = x^2$ sei, beginnend am Punkt $(-1, 1)$ und endend am Punkt $(1, 1)$.

Aufgabe 3: Lenzscher Vektor (5 + 5 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass der Lenzsche Vektor

$$\mathbf{G} = \mathbf{v} \times \mathbf{L} - GmM \frac{\mathbf{r}}{r}$$

für das Gravitationspotential eine Erhaltungsgröße ist.

(b) Zeigen Sie, dass Sie aus der Konstanz des Lenzschen Vektors unmittelbar die Ellipsenbahn herleiten können, indem Sie den Lenzschen Vektor skalar mit dem Ortsvektor des Planeten multiplizieren.

Aufgabe 4: Turm (10 Punkte)

Sie stapeln eine Reihe von Dominosteinen so übereinander, dass jeder Stein so weit wie möglich über den darunterliegenden hinausragt, ohne dass der Turm umkippt. Ist es möglich, einen Turm zu bauen, bei dem der oberste Stein den untersten um mehr als eine Steinlänge überragt? Wie groß ist der maximale Überhang des obersten Steines, wenn Sie beliebig viele Steine zur Verfügung haben. Geben Sie eine Näherungsformel für den maximalen Überhang als Funktion der Anzahl N der Dominosteine an.