Übungsaufgaben zur Klausurvorbereitung Theoretischen Physik I

Einige allgemeine Bemerkungen zur Klausur:

- Zur Klausur sind keine Hilfsmittel außer einem Stift erlaubt. Insbesondere sind keinerlei technische Hilfsmittel (Taschenrechner, Computer, Organizer, Handy etc.) zugelassen. Diese müssen ausgeschaltet in einer separaten Tasche und fern der eigenen Kleidung aufbewahrt werden.
- Täuschungsversuche während der Klausur sind kein Kavaliersdelikt! Teilnehmer/innen, die bei einem Täuschungsversuch ertappt werden, werden von der weiteren Teilnahme an den Klausuren dieses Kurses ausgeschlossen. Die Klausuren werden in solchen Fällen mit der Note ungenügend (null Punkte) bewertet. Als Täuschungsversuch gelten sämtliche nach den allgemeinen Prüfungsvorschriften unerlaubten Verhaltensweisen (z.B. unerlaubte Zusammenarbeit, Abschreiben, "Spickzettel" und dergleichen), aber auch sämtliche Verstöße im Zusammenhang mit Hilfsmitteln (s.o.). Wird ein unzulässiges Hilfsmittel mitgeführt, gilt dies als Täuschungsversuch, ohne dass es auf eine Verwendungsabsicht oder die konkrete Bedeutung für die Lösung der Klausur ankommt.
- Bitte denken Sie daran, dass Sie sich ausweisen können (Personalausweis).

Aufgabe 1: Energieerhaltungssatz

Formulieren Sie den Energieerhaltungssatz für die eindimensionale Bewegung eines Massenpunktes.

Aufgabe 2: Potentielle Energie

Geben Sie für die folgenden Kräfte jeweils ein Potential an:

$$F(x) = f\cos(\lambda x); \qquad F(x) = ax - bx^3\ .$$

Aufgabe 3: Kinetische Energie

Geben Sie die kinetische Energie in Abhängigkeit der Zeit für einen Massenpunkt der Masse m an, der sich gemäß

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} R\cos\omega t \\ R\sin\omega t \\ -bt^2 \end{pmatrix}$$

bewegt.

Aufgabe 4: Zylinderkoordinaten

Geben Sie die Geschwindigkeit und Beschleunigung eines Massenpunktes in der xy-Ebene in Polarkoordinaten an (Radial- und Azimutalkomponenten).

Aufgabe 5: Differentialgleichung

Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2} = at\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

an.

Aufgabe 6: Gradient
Erklřen Sie die geometrische Bedeutung des Vektors $\nabla f(\vec{r})$ für eine Funktion $f(\vec{r})$ an. Was bedeuted die Richtung? Was bedeutet der Betrag des Vektors?

Aufgabe 7: Taylor-Entwicklung
Entwickeln Sie die folgenden Funktionen bis zur dritten Ordnung:

$$e^{ax} \;\text{ um } x_0 = 1; \qquad \frac{1}{1+x^3} \;\text{ um } x_0 = 0.$$

Aufgabe 8: Integration
Geben Sie das unbestimmte Integral

$$\int dx e^x \sin x \tag{1}$$

an. Hinweis: Benutzen Sie die Eulerschen Formeln.

Aufgabe 9: Bewegung auf dem Kreis
Ein Massenpunkt bewege sich auf dem Einheitskreis $x^2 + y^2 = 1$ in der xy-Ebene unter der konstanten Kraft $\vec{F} = F_0 \hat{e}_\phi$. Geben Sie die Bewegungsgleichung und deren allgemeine Lösung an. Wie sieht die Lösung aus, wenn der Massenpunkt zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ mit verschwindender Geschwindigkeit am Punkt $x = 1$, $y = 0$ startet.

Aufgabe 10: Zentralkräfte

(a) Es sei $V(r)$ ein Zentralpotential mit $r = |\mathbf{r}|$. Berechnen Sie die entsprechende Zentralkraft $\mathbf{F}(\mathbf{r})$.

(b) Wie lautet die Bewegungsgleichung einer Punktmasse m in einem solchen Zentralpotential?

(c) Zeigen Sie, daß der Drehimpuls $\mathbf{L}$ der Punktmasse m eine Erhaltungsgröße darstellt.

(d) Welche physikalischen Konsequenzen hat die Erhaltung des Drehimpulses $\mathbf{L}$?

Aufgabe 11: Eindimensionale Bewegung

(a) Geben Sie die Newtonsche Bewegungsgleichung einer Punktmasse m an, die sich in einer Dimension in einem Potential $V(x)$ bewegt.

(b) Leiten Sie für dieses Problem den Energieerhaltungssatz ab.

(c) Stellen Sie dar, wie man unter Ausnutzung des Energieerhaltungssatzes im Prinzip die Trajektorie $x(t)$ der Punktmasse m bestimmen kann.

(d) Betrachten Sie nun den freien Fall einer Punktmasse m, die zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ losgelassen wird und berechnen Sie für dieses Problem unter Verwendung des Energieerhaltungssatzes die Trajektorie $x(t)$.

Aufgabe 12: Starrer Stab

Betrachten Sie einen Stab, dessen Massendichte durch $\rho(x) = \rho_0 x$ mit $0 \le x \le L$ gegeben ist.

(a) Drücken Sie die Konstante ρ_0 durch die Masse M des Stabes und dessen Länge L aus.

(b) Berechnen Sie die Koordinate des Schwerpunktes.

(c) Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Stabes bezüglich einer zum Stab senkrechten Achse durch den Schwerpunkt in Abhängigkeit von M und L.

(d) Wie lautet das Trägheitsmoment des Stabes bezüglich einer zum Stab senkrechten Achse, die ein Ende des Stabes gerade berührt?

Aufgabe 13: Gedämpfter harmonischer Oszillator

Die Bewegungsgleichung eines gedämpften harmonischen Oszillators kann auf die folgende Form gebracht werden:

$$\ddot{x}(t) + 2\gamma\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0$$

mit den Parametern γ und ω_0.

(a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $x(t)$ dieser Bewegungsgleichung im Falle $\gamma < \omega_0$.

(b) Geben Sie die spezielle Lösung für die Anfangsbedingung $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = 0$ an.

Aufgabe 14: Planetenbahnen

Ein Planet bewege sich auf einer Kreisbahn um die Sonne. Leiten Sie für diese Situation das dritte Keplersche Gesetz her.

Aufgabe 15: Bewegungsgleichung mit Reibung

Ein Teilchen der Masse m erfahre bei der Geschwindigkeit v die Reibungskraft $F = -\alpha e^{\beta v}$, wobei $\alpha, \beta > 0$ Konstanten darstellen.

(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Geschwindigkeit auf.

(b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Teilchens zur Zeit t, wenn das Teilchen bei $t_0 = 0$ mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 startet.

(c) Berechnen Sie die Zeitabhängigkeit des Ortes, wenn das Teilchen bei $t_0 = 0$ am Orte $x_0 = 0$ ist.