Übungen zur Theoretischen Physik V, SS 2007, Blatt 8

Aufgabe 11: Quark-Modelle und magnetisches Moment
Der Zustand eines einzigen Quarks mit Farb- Flavour- und Spinquantenzahlen c, f, σ lautet $|c, f, \sigma\rangle$. Hier haben wir $c = R, G, B$, $f = u, d, s$ und $\sigma = \uparrow, \downarrow$. Proton- und Neutronzustände sind farblos, d.h. sie sind Farbsingulette unter der SU(3)-Gruppe.

(a) Zeigen Sie, dass ein Protonzustand zwei u-Quarks und ein d-Quark enthält während ein Neutronzustand zwei d-Quarks und ein u-Quark enthält.

(b) Wiederholen Sie die in der Vorlesung gegebenen Argumente, um die Zustände $|p^\uparrow\rangle$ und $|n^\uparrow\rangle$ für ein Proton bzw. ein Neutron mit Spin-Auf zu bestimmen.

(c) Berechnen Sie das Verhältnis μ_n/μ_p, wobei μ_n und μ_p das magnetische Moment des Protons bzw. Neutrons bezeichnen.

6 Punkte

Aufgabe 12: Spin-1
Betrachten Sie ein Vektorfeld $\mathbf{A}(\mathbf{x})$. Wir untersuchen, wie sich $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ unter einer Rotation transformiert. Es gilt

$$A'_i(\mathbf{x}) = R_{ij} A_j(R^{-1}\mathbf{x}),$$

wobei $R = (R_{ij})$ eine Rotationsmatrix ist.

(a) Wie lautet eine Rotation R_z von $\mathbf{A}$ um die z-Achse explizit?

(b) Schreiben Sie R_z in infinitesimaler Form. Was folgt daraus für eine endliche Rotation?

(c) Stellen Sie die Komponenten des Spins in Matrixform dar. Zeigen Sie, dass $\hat{\mathbf{S}}^2 = 2$ ist.

(d) Betrachten Sie nun die Maxwell-Gleichungen im Vakuum:

$$\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \qquad \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B} - \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0$$

Zeigen Sie, dass die obigen Gleichungen als

$$i\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = (\hat{\mathbf{S}} \cdot \boldsymbol{\nabla})\mathbf{B}, \qquad i\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -(\hat{\mathbf{S}} \cdot \boldsymbol{\nabla})\mathbf{E}$$

geschrieben werden können.

8 Punkte

Ausgabetermin: 11.06.2007, Abgabetermin: 18.06.2007, 12 Uhr