Aufgabe 31 (Harmonischer Oszillator in 2 Dimensionen mit Störung) (5 Punkte)

Gegeben sei ein isotroper harmonischer Oszillator beschrieben durch

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{\hat{p}_y^2}{2m} + \frac{1}{2}\, m\, \omega^2 (\hat{x}^2 + \hat{y}^2)\ . \tag{1}$$

a) Gebe die Eigenenergien der drei energetisch niedrigsten Zustände an. Gibt es Entartungen?

b) Jetzt wirkt zusätzlich die Störung

$$\hat{V} = \gamma\, m\, \omega^2 \hat{x}\, \hat{y} \tag{2}$$

mit $\gamma << 1$. Bestimme die Energiekorrekturen der in a) gefundenen Zustände in erster Ordnung Störungstheorie sowie die Eigenkets in 0-ter Ordnung.

c) Löse das Problem für $\hat{H}_0 + \hat{V}$ exakt und vergleiche mit den Ergebnissen aus b).

Aufgabe 32 (Getriebener harmonischer Oszillator) (5 Punkte)

Ein eindimensionaler harmonischer Oszillator (Hamiltonoperator $\hat{H} = \hbar\omega_0(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2})$) sei für $t < 0$ im Grundzustand. Für $t > 0$ wirkt eine harmonische Störung

$$\hat{V}(t) = F_0\, \hat{x}\, \cos(\omega t) \tag{3}$$

mit einer Konstanten F_0. Bestimme den Erwartungswert $\langle \hat{x} \rangle(t)$ für $t > 0$ mit Hilfe der zeitabhängigen Störungstheorie in erster nicht-verschwindender Ordnung . Was passiert für $\omega \approx \omega_0$?

Abgabe: Mo. 12.2.07, 12:00 Uhr