Übungen zur Theoretischen Physik III, Elektrodynamik

Adriaan Schakel, FU Berlin

Sommersemester 2006

Blatt 4, **Abgabetermin: 15.05.06, 14 Uhr**

10. **Spiegelladung II** *6 P*

Betrachten Sie eine unendlich lange Linienladung der Dichte λ parallel zur z-Achse ($\Delta q = \lambda \Delta z$) in einer Entfernung h vom Zentrum eines Zylinders vom Radius a. Die Zylinderachse fällt mit der z-Achse zusammen und das Potential auf der Zylinderoberfläche wird auf konstantem Wert gehalten. Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode der Spiegelladungen das elektrische Potential für $r > a$, wobei $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

11. **Kugelfunktionen** *6 P*

Die Legendre-Polynome $P_l(x)$, mit $-1 \leq x \leq 1$, genügen der *gewöhnlichen* Legendreschen Differentialgleichung:

$$(1 - x^2)P_l'' - 2xP_l' + l(l+1)P_l = 0.$$

(a) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$u \equiv \frac{\mathrm{d}^m}{\mathrm{d}x^m} P_l(x)$$

folgender Differentialgleichung genügt:

$$(1 - x^2)u'' - 2x(m+1)u' + (l-m)(l+m+1)u = 0.$$

(b) Definieren Sie eine weitere Funktion $v \equiv (-1)^m (1-x^2)^{m/2}\, u$ und zeigen Sie, dass diese der *zugeordneten* Legendreschen Differentialgleichung:

$$(1 - x^2)v'' - 2xv' + \left[l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2} \right] v = 0$$

genügt. Diese Lösungen $v(x) = P_l^m(x)$ werden zugeordnete Legendre- oder Kugelfunktionen genannt.