Übungen zur Theoretischen Physik III, Elektrodynamik

Adriaan Schakel, FU Berlin

Sommersemester 2006

Blatt 3, **Abgabetermin: 08.05.06, 14 Uhr**

7. **Spiegelladung** *4 P*

Betrachten Sie eine Punktladung q gegenüber einer geerdeten, leitenden Kugel vom Radius a.

(a) Bestimmen Sie die auf der Kugelober¤äche induzierte Ladungsdichte σ. Wie groß ist die gesamte induzierte Ladung?

(b) Zeigen Sie, dass die Kraft auf ein Flächenelement $\mathrm{d}a$ der Kugelober¤äche proportional zu σ^2 ist.
Hinweis: Benutzen Sie die Formel für die Energiedichte, $w = \epsilon_0 \mathbf{E}^2/2$, in der Nähe der Kugelober¤äche.

(c) Berechnen Sie die auf die Kugelober¤äche insgesamt wirkende Kraft.

8. **GREENsche Funktion** *4 P*

Betrachten Sie ein elektrostatisches Potential im Halbraum $z \geq 0$ mit DIRICHLETscher Randbedingung auf der Ebene $z = 0$.

(a) Bestimmen Sie die GREENsche Funktion $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ für das Problem.

(b) Geben Sie eine Integraldarstellung des Potentials im ladungsfreien Halbraum $z \geq 0$ unter Verwendung von Zylinderkoordinaten (r, φ, z) an, wenn das Potential in der (x, y)–Ebene im Innern eines Kreises um den Ursprung mit Radius $a > 0$ konstant gleich $V \neq 0$ ist und auf dem Rand des Halbraums außerhalb des Kreises verschwindet.

(c) Zeigen Sie, dass auf der Kreisachse ($r = 0, z \geq 0$) das Potential die Form

$$\phi = V \left(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right)$$

annimmt.

9. **Trennung der Variablen** *4 P*

Betrachten Sie ein zylindersymmetrisches elektrostatisches Problem $\phi = \phi(r, \varphi)$ unter Verwendung von Zylinderkoordinaten (r, φ, z).

(a) Zeigen Sie mit Hilfe von Trennung der Variablen, dass die allgemeine Lösung der LAPLACEschen Gleichung dann folgende Form annimt:

$$\phi(r, \varphi) = c_0 \ln r + d_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \left(c_m r^m + \frac{d_m}{r^m} \right) (a_m \cos m\varphi + b_m \sin m\varphi) \, .$$

Hinweis: Der LAPLACEsche Operator nimmt in Zylinderkoordinaten folgende Gestallt an

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} .$$

(b) Bestimmen Sie das elektrostatische Potential eines leitenden Zylinders (vom Radius a), der in ein ursprünglich uniform elektrisches Feld $\mathbf{E} = E_0 \hat{\mathbf{x}}$ gebracht wird. Die Achse des unendlich langen Zylinders fällt mit der z-Achse zusammen. Das Potential auf der Zylinderober¤äche ist bei verschwindender Gesamtladung konstant gleich $V \neq 0$.