

Übungen zur Theoretischen Physik III, Elektrodynamik

Adriaan Schakel, FU Berlin

Sommersemester 2006

Blatt 12, **Abgabetermin: 10.07.06, 14 Uhr**

31. Lorentz-Boost I

3 P

Zeigen Sie, dass zwei aufeinanderfolgende Lorentz-Transformationen in der gleichen Richtung einer einzigen Lorentz-Transformation mit der Geschwindigkeit

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2 / c^2}$$

äquivalent sind.

32. Lorentz-Transformationen

3 P

(a) Zeigen Sie, dass die Boost-Matrizen \mathbf{K} und die Drehmatrizen \mathbf{S} den Gleichungen

$$(\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{S})^3 = -\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{S}, \quad (\boldsymbol{\epsilon}' \cdot \mathbf{K})^3 = \boldsymbol{\epsilon}' \cdot \mathbf{K}$$

genügen, wobei $\boldsymbol{\epsilon}$ und $\boldsymbol{\epsilon}'$ beliebige reelle räumliche Einheitsvektoren sind.

(b) Zeigen Sie unter Verwendung von (a), dass

$$e^{-\zeta \boldsymbol{\epsilon}' \cdot \mathbf{K}} = 1 - \boldsymbol{\epsilon}' \cdot \mathbf{K} \sinh \zeta + (\boldsymbol{\epsilon}' \cdot \mathbf{K})^2 (\cosh \zeta - 1).$$

33. Lorentz-Boost II

3 P

(a) Betrachten Sie ein Inertialsystem K mit verschwindendem elektrischen Feld ($\mathbf{E} = 0$). Nehmen Sie einen Lorentz-Boost mit konstanter Relativgeschwindigkeit \mathbf{v} vor. Welche Beziehung erfüllen die konstant angenommenen elektrischen und magnetischen Felder im sich gegenüber von K geradlinig bewegenden Inertialsystem K' ?

(b) Zeigen Sie, dass, wenn in einem Inertialsystem die elektrischen und magnetischen Felder senkrecht zu einander stehen, es ein anderes Inertialsystem gibt, in dem das elektrische Feld verschwindet. Bestimmen Sie die Relativgeschwindigkeit mit der sich die beiden Inertialsysteme bewegen.

34. Kovarianz

3 P

(a) Berechnen Sie unter Verwendung von Gaußschen Einheiten die Komponenten des Feldstärketensors $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$, wobei das Viererpotential durch $A^\mu = (\phi, \mathbf{A})$ gegeben ist, in Termen von \mathbf{E} und \mathbf{B} .

(b) Bestimmen Sie explizit die vier Gleichungen $\partial_\mu F^{\mu\nu} = (4\pi/c)J^\mu$ in Termen von \mathbf{E} und \mathbf{B} , wobei die Viererstromdichte durch $J^\mu = (c\rho, \mathbf{J})$ gegeben ist.