

Übungen zur Theoretischen Physik I: Mechanik

Prof. J. Bosse, FU Berlin

SoSe 2005

Blatt 3, Abgabetermin: 06.05.05

1. *Kraftstoß* (10 P)

Auf einen Körper der Masse m wirke die Kraft

$$\mathbf{F}(t) = \frac{1}{\pi} \frac{\tau}{(t - t_0)^2 + \tau^2} \Delta p \mathbf{e}_3, \quad (1)$$

wobei t_0 eine reelle und Δp und τ positive Konstanten bezeichnen. Der Körper befinde sich zur Zeit $t = -\infty$ im Ursprung des Koordinatensystems in Ruhe.

- (a) Geben Sie den Impuls $\mathbf{p}(t)$ des Körpers zur Zeit t an.
- (b) Zeigen Sie, dass für den durch den Kraftstoß insgesamt auf den Körper übertragenen Impuls gilt: $\mathbf{p}(t=\infty) - \mathbf{p}(t=-\infty) = \Delta p \mathbf{e}_3$.
- (c) Geben Sie den Ort $\mathbf{r}(t)$ des Körpers zur Zeit t an. Was ergibt sich für Zeiten $|t - t_0| \gg \tau$?
- (d) Skizzieren Sie für $t_0=0$ die Beträge von Kraft ($|\mathbf{F}(t)|/(\Delta p \text{ s}^{-1})$) und Geschwindigkeit ($\mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{v}(t)m/\Delta p$) als Funktion der Zeit für einen "langen" Kraftstoß ($\tau=1 \text{ s}$) und für "kürzere" Kraftstöße ($\tau=0.4 \text{ s}$, $\tau=0.2 \text{ s}$).

2. *Kugelstoßen* (15 P)

- (a) Unter welchem Winkel gegen die Horizontale muss ein(e) Sportler(in) die Kugel stoßen, um eine möglichst große Wurfweite zu erzielen?

Nehmen Sie an, die Kugel werde aus der Höhe h über dem Erdboden weggeworfen und sei während des Fluges allein der Schwerkraft ausgesetzt; der Betrag $v_0 > 0$ der Anfangsgeschwindigkeit sei ebenfalls vorgegeben.

- (b) Wie groß ist die optimale Anfangssteigung $\tan \alpha_m$ und die damit verbundene maximale Wurfweite $W_m := W(\alpha_m)$?

- (c) Ein Leistungssportler habe die Wahl zwischen Mexico City, Berlin und Terceiro (Azoren) als Austragungsort für einen Wettkampf im Kugelstoßen, bei dem er seine bisherige Berliner Bestleistung überbieten will.

	g (ms ⁻²)	100 $\delta v_0/v_0$
Mexico City	9.779	-0.5
Berlin	9.813	0
Terceiro	10.000	+1.5

Wie wird er sich unter Berücksichtigung der klimatisch bedingten Konditionsunterschiede (die zu kleinen Abweichungen δv_0 in der Anfangsgeschwindigkeit v_0 führen) entscheiden? Seine überlegene Technik garantiere stets die gleiche Abwurfhöhe $h=0$ m!

Hinweis:

Bezeichnet man mit α den Abwurfwinkel, dann ist offenbar die Wurfweite $W(\alpha)$ das Produkt aus der Anfangsgeschwindigkeit der Kugel in horizontaler Richtung, $v_0 \cos \alpha$, und der Zeit $T(\alpha)$, die zwischen Abwurf und Aufschlag am Erdboden verstreicht (Begründung?), woraus Sie für den gesuchten Winkel α_m die Bestimmungsgleichung

$$T(\alpha_m) \sin \alpha_m = T'(\alpha_m) \cos \alpha_m, \quad (2)$$

herleiten können (und sollen). Darin bezeichnet $T'(\alpha) := \frac{dT}{d\alpha}$.

Andererseits gilt für jeden Abwurfwinkel $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ die Gleichung (Begründung?):

$$0 = h + v_0 \sin \alpha T(\alpha) - \frac{1}{2} g T(\alpha)^2, \quad (3)$$

die —an der Stelle $\alpha=\alpha_m$ genommen— eine zweite Bedingung für die drei unbekanntenen Größen $T(\alpha_m)$, $T'(\alpha_m)$ und $\sin \alpha_m$ darstellt.

Trick: Für das weitere Vorgehen ist es nun hilfreich, sich —durch Bildung der Ableitung nach α auf beiden Seiten von Gl.(3) und anschließende Ersetzung $\alpha=\alpha_m$ — eine dritte Beziehung zwischen den Unbekannten zu beschaffen. Aus dem so gewonnenen System von 3 Gleichungen für 3 Unbekannte lässt sich $\sin \alpha_m$ einfach ermitteln.

3. *Durch Reibung gebremster Fall* (12 P)

Ein Körper der Masse m falle —aus der Ruhe startend— im homogenen Schwerfeld unter dem Einfluss einer geschwindigkeitsabhängigen

Reibungskraft.

Hinweis: Nehmen Sie an: $F_{\text{Reibung}}(v) = -\gamma v - \alpha v^2$, wobei γ, α positive Konstanten sind.

- (a) Bestimmen Sie die stationäre Endgeschwindigkeit $v_\infty := \lim_{t \rightarrow \infty} v(t)$ und diskutieren sie die beiden Grenzfälle $\alpha mg \ll \gamma^2$ und $\alpha mg \gg \gamma^2$.
- (b) Geben Sie die Geschwindigkeit des Körpers nach einer Fallzeit t an. Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit in der Form

$$v(t) = v_\infty \frac{1 - e^{-t/\tau}}{1 + Ae^{-t/\tau}} \quad (4)$$

geschrieben werden kann. Bestimmen Sie die positiven Konstanten A und τ .

- (c) Wie lange dauert es, bis der Körper die Endgeschwindigkeit v_∞ erreicht hat? Geben Sie die für das System spezifische Zeit(einheit) an, die als Maß für die effektive Dauer des Beschleunigungsprozesses dient.
- (d) Wie lautet der Ort $x(t)$ des Körpers, wenn x_0 seine Lage zur Zeit $t=0$ beschreibt?