Übungen zur Theoretischen Physik I: Mechanik

Prof. J. Bosse, FU Berlin

SoSe 2005

Blatt 1, Abgabetermin: 22.04.05

Klausurtermin: Mo, 27.06.05

1. *Übung zum Differenzieren* (8 P)

   (a) Geben Sie für die nachstehenden Funktionen jeweils die Ableitung nach x an (λ, k seien Konstanten).

   $$\mathrm{e}^{-x/\lambda}\cos(kx)\ , \qquad \sqrt{1+(kx)^2}\ , \qquad \ln[k(x+\lambda)]\ .$$

   (b) Wie lautet die Ableitung der dritten Funktion, wenn k nicht konstant ist, sondern von x abhängt?

2. *Übung zum Integrieren* (15 P)

   Man berechne die bestimmten Integrale

   (a)

   $$\int_1^2 \mathrm{d}x\ x^2\ , \qquad \int_0^{\ln a} \mathrm{d}x\ \mathrm{e}^x\ , \qquad \int_0^{\pi/3} \mathrm{d}x\ \sin x\ ;$$

   (b)

   $$\int_1^{\mathrm{e}} \mathrm{d}x\ \frac{1}{x}\ln x\ , \qquad \int_0^1 \mathrm{d}x\ \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\ .$$

3. *Komplexe Zahlen* (6 P)

   (a) Geben Sie Real– und Imaginärteil von $z{=}3\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}$ an, und stellen Sie die Zahl z für den Fall $\varphi{=}2$ in der Gaussschen Zahlenebene dar. *Hinweis:* Machen Sie Gebrauch von der Eulerschen Relation:

   $$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} = \cos\varphi + \mathrm{i}\sin\varphi\ . \qquad (1)$$

   (b) Geben Sie Real– und Imaginärteil der komplexen Zahl $z{=}\frac{1}{3+4\mathrm{i}}$ an. Wie groß ist $|z|$?

(c) Geben Sie Real– und Imaginärteil der komplexen Zahl $z{=}2\sqrt{3}+2\mathrm{i}$ an. Schreiben Sie z in der Form $z{=}r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}$. Wie lauten r und φ ?

4. *Vektorrechnung* (12 P)

   (a) Zeichnen Sie ein ebenes Netz von Gitterpunkten (n, m) mit ganzen Zahlen n und m, wobei $-3 \leq n \leq +4$ und $-3 \leq m \leq 3$. Tragen Sie darin die Vektoren $\mathbf{a}$ (zeige von $(-2, 0)$ nach $(3, 3)$) und $\mathbf{b}$ (zeige von $(1, 0)$ nach $(3, -1)$) als Pfeile ein und bestimmen dann:

      i. den Summenvektor $\mathbf{a} + \mathbf{b}$,
      ii. den Differenzvektor $\mathbf{b} - \mathbf{a}$,
      iii. die Beträge $|\mathbf{a}|$ und $|\mathbf{b}|$,
      iv. das Skalarprodukt $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$,
      v. den Winkel φ zwischen $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$,
      vi. die Vektoren $2\mathbf{b}$ und $-\mathbf{b}$.

   (b) Beweisen Sie den Satz des THALES mit Hilfe von Vektoren.

   (c) Beweisen Sie, dass aus einem Dreieck ABC mit Innenwinkel γ bei C durch Verschiebung von $C \to C'$ auf der Peripherie des Dreiecksumkreises ein Dreieck ABC' mit demselben Innenwinkel entsteht ($\gamma := \angle BCA \equiv \angle BC'A$).