

## 2 Übungsblatt Photovoltaik

### 2.1 (Begriffserklärungen)

Es sind die folgenden Begriffe zu erläutern:

**intrinsisch:** Es existiert im Idealfall keine Verunreinigung (Einkristall) in der Kristallstruktur, wobei man in diesem Fall von intrinsisch spricht aber auch wenn die Verunreinigung in einem Kristall sehr gering ist. Nimmt man einen idealen intrinsischen Halbleiter an so kommt es nur zur Eigenleitung und Störstellenleitung tritt nicht auf.

**dotiert:** Eine eingebrachte Störstelle nennt man Dotierung, bzw. wenn man eine Störstelle einbringt spricht man von einem dotierten Halbleiter. Eine Störstelle ist ein Fremdatom, das zumeist ein Valenzelektron mehr oder weniger als das Wirtsgitter besitzt in das es eingebracht wird und somit ein neues Energieniveau schafft, dass Störstellenleitung ermöglicht.

**Akzeptor:** Ein Akzeptor ist ein Atom, welches durch Dotierung in einen Halbleiter eingebracht wurde und weniger Valenzelektronen besitzt als die Wirtsatome. Hierdurch kann der Akzeptor ein Elektron aus dem Valenzband aufnehmen und schafft somit ein Akzeptorniveau, welches knapp über dem Valenzband liegt. Man benötigt diese zur Störstellenleitung.

**Donator:** Ein Donator ist im Gegensatz zum Akzeptor ein Atom mit mehr Elektronen als die Wirtsatome und daher in der Lage Elektronen abzugeben. Es entsteht ein Donatorniveau knapp unterhalb des Leitungsbandes, von diesem können die Elektronen durch eine kleinere Energielücke als von dem Valenzband aus in das Leitungsband gelangen.

**Eigenleitung:** Mit Eigenleitung bezeichnet man die Leitung eines Halbleiters, indem Elektronen thermisch aus dem Valenzband in das Leitungsband angeregt werden und hierbei eine Lücke (hole) hinterlassen, welches als "positive Ladung" interpretiert werden kann. Die Elektronen müssen die verbotene Zone überspringen, deren Größe durch eine Energielücke (Energiegap) definiert ist.

**Störstellenleitung:** Die Störstellenleitung tritt für dotierte Halbleiter auf, wobei durch Hilfe von Donator- bzw. Akzeptorniveaus die Energielücke/verbotene Zone verkleinert werden kann und so weniger Energie in Form von thermischer Anregung benötigt wird, damit ein Halbleiter leitend wird. Die Leitfähigkeit kann durch Dotierung stark erhöht werden.

## 2.2 (Fermi- und Boltzmannverteilung)

a)

Die Fermi-Verteilung ist gegeben mit

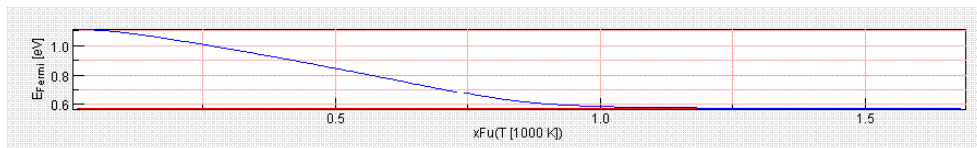
$$F(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) - 1},$$

wobei  $\mu$  das chemische Potential,  $E$  die Energie,  $k_B$  die Boltzmannkonstante und  $T$  die Temperatur darstellen. Die Fermi- bzw. Fermi-Dirac-Verteilung gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein Orbital mit der Energie  $E$  im thermischen Gleichgewicht in einem idealen Elektronengas besetzt ist. Wir besitzen eine Temperaturabhängigkeit für die Wahrscheinlichkeit der Besetzung der Niveaus, wobei der Grundzustand der Zustand am Temperatur-Nullpunkt ist. Erhöht man die Temperatur, so werden einige Teilchen ihre Niveaus wechseln. Die Fermi-Verteilung ermöglicht im Gegensatz zur Bose-Verteilung keine Bose-Einstein-Kondensate. Sie folgt wie die Bose-Verteilung aus einer Herleitung über die Entropie in einem Großkanonischen Ensemble, wobei für die Fermi-Verteilung beachtet werden muss, dass zwei Fermionen nicht die gleichen Quantenzahlen besitzen dürfen, somit sind auch für den absoluten Nullpunkt angeregte Zustände besetzt.

b)

Es sind das elektrochemische Potential/die Fermi-Energie  $E_F$  und die Leitfähigkeit eines  $n$ -dotierten Halbleiters in Abhängigkeit der Temperatur zu skizzieren. Mit Hilfe der auf dem Übungsbogen angegebenen Internetseite erhalten wir, wobei das Java-Programm eine numerische Rechnung durchführt (rote Linie für den Fall ohne Dotierung, für diesen ist die Fermi-Energie konstant und rote Linie für den Fall von  $n = 10^{16}$ )

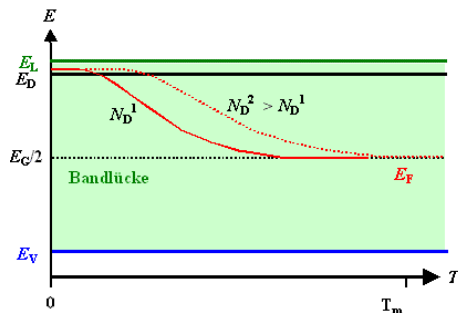
Fermi Energy of Silicon (E gap = 1.12eV)



für den Graphen von  $E_F(T)$ .

Wir erhalten keinen linearen Verlauf, sondern einen abgerundeten Verlauf, der auf dem Mittelstück linear ist und sich dann asymptotisch an den Fermi-Energie-Wert ohne Dotierung anschmiegt, dies macht Sinn, da für hohe Temperaturen die thermische Anregung so groß ist, dass die Dotierung keinen großen Einfluss mehr übt und das Fermi-Energie-Niveau das Donator-Niveau einfach nicht mehr "sieht".

Qualitativ ergibt sich folgende Situation: Die Fermi-Energie liegt für tiefe Temperaturen zwischen dem Donator-Niveau und dem Leitungsband, dies folgt daher, dass die Anregung der Elektronen aus dem Valenzband sehr gering ist auf Grund der geringen thermischen Energie. Steigt die Temperatur, rutscht die Fermi-Energie kontinuierlich in Richtung  $\frac{E_g}{2}$ , wie man auf folgender Skizze erkennen kann.

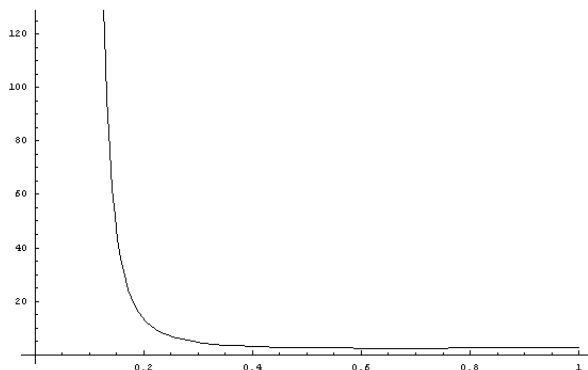


Die Leitfähigkeit ist mit  $\sigma = \mu n e$  gegeben, wobei wir hierbei  $n$  betrachten müssen, da dort die  $T$ -Abhängigkeit steckt, dieses ist mit

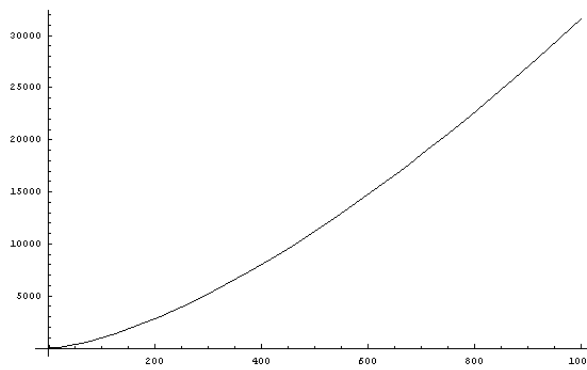
$$n = c_1 \cdot T^{\frac{3}{2}} \cdot \exp\left(c_2 \frac{1}{T}\right)$$

gegeben, somit erhalten wir für die Leitfähigkeit  $\sigma = c_3 \cdot T^{\frac{3}{2}} \cdot \exp\left(c_2 \frac{1}{T}\right)$ . Wir können dies grafisch darstellen:

`In[8]= Plot[T^(3/2) Exp[1/T], {T, 0.1, 1}, ImageSize -> 550]`



`In[9]= Plot[T^(3/2) Exp[1/T], {T, 0.1, 1000}, ImageSize -> 550]`



Der erste Graph zeigt den Bereich 0 bis 1 K, der zweite 0 bis 1000 K. Man erkennt also, dass für  $T \rightarrow 0$  K die Leitfähigkeit sehr hoch wird, dann sprunghaft sinkt und danach kontinuierlich wieder zunimmt, wobei dies nur ein Modell ist, welches die Natur nur in bestimmten Temperaturbereichen beschreibt. (Leitung ist auch nicht mehr möglich bei sehr hohen Temperaturen, da der Halbleiter sich z.B. zersetzt oder die innere Struktur so stark schwingt, dass die Elektronen durchweg mit anderen Teilchen stoßen.)

c)

Es gilt  $E_G \gg k_B T$  für die Besetzungswahrscheinlichkeit der Zustände im Leitungsbandes eines nicht entarteten intrinsischen Halbleiters. Es ist zu zeigen, dass diese näherungsweise durch die Boltzmannverteilung beschrieben werden kann. Es gilt also:

$$F(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) - 1} \approx \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right)} = \exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right),$$

wobei  $\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) \gg 1$ , für den Fall, dass  $(E - E_F) = (E - \mu) = E_G \gg k_B T$ .

### 2.3 (Massenwirkungsgesetz)

Das Massenwirkungsgesetz lautet  $np = n_i^2$  und gilt sowohl für intrinsische als auch für dotierte Halbleiter, das folgt daher, dass bei der Herleitung keine explizite Annahme gemacht wird, dass die Ladungsträgerkonzentrationen intrinsisch sind. Im folgenden werden wir es herleiten, wobei wir zeigen werden, dass das Produkt aus  $n$  und  $p$  gerade  $n_i^2$  entspricht, wobei wir  $n_i^2$  aus der Vorlesung mit:

$$n_i^2 = N_{eff}^C N_{eff}^V \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right) \quad (1)$$

als gegeben ansetzen. Zudem haben wir  $n$  und  $p$  mit:

$$\begin{aligned} n &= N_{eff}^C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \\ p &= N_{eff}^V \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right) \end{aligned}$$

Wir müssen also nur multiplizieren:

$$\begin{aligned} p \cdot n &= N_{eff}^V \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right) N_{eff}^C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) \\ &= N_{eff}^C N_{eff}^V \exp\left(-\frac{E_C - E_F + E_F - E_V}{k_B T}\right) \\ &= N_{eff}^C N_{eff}^V \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right) \end{aligned}$$

Der Vergleich von (1) mit unserem Ergebnis zeigt eine Gleichheit, daher gilt das Massenwirkungsgesetz  $np = n_i^2$ .

### 2.4 (Leitfähigkeit)

Es gilt für die Leitfähigkeit, wobei diese von den Beweglichkeiten der Elektronen und der Löcher abhängt:

$$\sigma = (ne\mu_e + pe\mu_h) \quad (2)$$

Mit  $\mu_i$  den Beweglichkeiten,  $e$  der Elementarladung und  $n, p$  den Ladungsträgerkonzentrationen. Wir betrachten den Fall für Silizium (Bandlücke:  $E_g = 1,1 \text{ eV}$ ), wobei hier eine Beweglichkeit  $\mu_e = 1350 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$  für die Elektronen im Leitungsband und eine Beweglichkeit von  $\mu_h = 480 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$  für die Löcher im Valenzband gegeben ist.

a)

Es soll die Leitfähigkeit von intrinsischem Silizium bestimmt werden. Wir können daher  $n_i = \sqrt{np} = \sqrt{N_C N_V} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right) = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$  zur Bestimmung von  $\sigma$  nutzen, wobei  $n_i = p_i$  in diesem Fall gilt, da die thermische Anregung eines Elektrons aus dem Valenzband dort ein Loch hinterlässt. Wir können den Wert aus der Vorlesung  $n_i(\text{Si}) \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  verwenden. Einsetzen in (2) liefert:

$$\sigma = n_i e (\mu_e + \mu_h) = 10^{10} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot (1350 + 480) \frac{A \text{ s cm}^2}{V \text{ s cm}^3} = 2,932 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\Omega \text{ m}}.$$

Als Literaturwert (Wikipedia) finden wir  $\sigma = 2,52 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\Omega \text{ m}}$ , somit stimmt die Größenordnung überein, wobei der Wert ein wenig abweicht, dies mag jedoch daran liegen, dass der Literaturwert nicht für intrinsisches Silizium, sondern für reales Silizium bzw. für eine andere Temperatur gilt.

b)

Wir dotieren das Silizium mit  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$  Donatoren. Wir gehen von Raumtemperatur aus  $T = 300 \text{ K}$ . Zusätzlich nehmen wir an, dass alle Donatoren ionisiert seien. Wir benutzen das Massenwirkungsgesetz  $p = \frac{n_i^2}{n}$ , um die Ladungsträgerkonzentration von  $p$  zu bestimmen und erhalten  $p = \frac{10^{20}}{10^{16}} \text{ cm}^{-3} = 10^4 \text{ cm}^{-3}$ . Einsetzen in (2) liefert also:

$$\sigma = (ne\mu_e + pe\mu_h) = 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot (10^{16} \cdot 1350 + 10^4 \cdot 480) \frac{A \text{ s cm}^2}{V \text{ s cm}^3} = 2,163 \frac{1}{\Omega \text{ m}}$$

somit ist also die Leitfähigkeit um ca.  $10^4$ , d.h. 4 Größenordnungen höher als für intrinsisches Silizium bei Raumtemperatur.