Heiko Dumlich 25. April 2007

1 Übungsblatt Photovoltaik

1.1 (Begriffserklärungen)

Es sind die folgenden Begriffe zu erläutern:

Leerlaufspannung: Für die Leerlaufspannung ist der Strom $I = 0$.

Kurzschlussstrom: Für den Kurzschlussstrom ist die Spannung $U = 0$.

Füllfaktor: $FF = \frac{I_A \cdot U_A}{I_{SC} \cdot U_{OC}}$, mit FF=Füllfaktor, I_{SC}=(short circuit) Kurzschlussstrom, U_{OC}=(open circuit) Leerlaufspannung, I_A=Arbeitspunktstrom und U_A=Arbeitspunktspannung.

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{P_{el}}{P_{Licht}}$, der Wirkungsgrad beschreibt das Verhältnis zwischen der Leistung an Licht, die auf die Solarzelle einfällt zu der Leistung, die man als Strom aus dieser gewinnt, wobei P_{Licht} die einfallende Lichtleistung und P_{el} die elektrische aus der Solarzelle gezogene Leistung beschreibt.

Parallelwiderstand: Ein Parallelwiderstand R_p ist parallel zu einem bereits vorhandenen Widerstand. Der Parallelwiderstand kommt durch Rekombinationen innerhalb der Solarzelle zustande. Durch den Widerstand R_p teilt sich der Strom auf diesen und den Widerstand R_L (Widerstand aus dem Stromkreis) auf, wobei somit der Strom an R_L kleiner wird, somit also auch die Leistung.

Serienwiderstand: Ein Serienwiderstand R_s ist hintereinander geschaltet zu einem bereits vorhandenen Widerstand. Dieser kommt durch z.B. Kontaktprobleme bzw. schlechte Leitfähigkeit zustande. Die Spannung teilt sich auf R_s und R_L auf, womit die Spannung an R_L kleiner wird, somit also auch die Leistung.

1.2 (Sonne als Schwarzkörper)

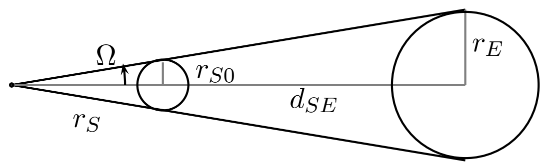
Das Plancksche Gesetz für den flächennormierten Photonenstrom, der pro Energieintervall von einem schwarzen Strahler abgegeben wird, lautet:

$$n\left(E\right) = \frac{2\pi}{c^2 h^3} \frac{E^2}{\exp\left(\frac{E}{kT}\right) - 1}. \tag{1}$$

Wir betrachten die Dimension, diese ergibt sich zu:

$$\left[n\left(E\right)\right] = \frac{J^2}{\frac{m^2}{s^2} J^3 s^3} = \frac{1}{Js} \frac{1}{m^2}.$$

a)



Es ist der Faktor zu bestimmen, um den sich der die Erde erreichende Photonenstrom verringert. Der Abstand zwischen Erde und Sonne beträgt $d_{SE} = 150 \cdot 10^6\, m$. Wir nehmen die Sonne als radialsymmetrisch abstrahlende idealisierte Punktquelle für den Photonenstrom an. Der Sonnenradius spielt für den Photonenstrom nur in dem Sinne eine Rolle, dass bereits auf der Oberfläche der Sonne, im Bezug zur idealisierten Punktquelle, nicht mehr der volle Photonenstrom existiert den man an einer punktförmige Quelle messen kann, diesen definieren wir als $n_1 = \frac{N}{A_1} = 1 \Leftrightarrow N = A_1$, mit N der Gesamtzahl an Photonen und A_1 der Kreisfläche bei r_{S0}, der Sonnenoberfläche. Wir können nun den Raumwinkel des Photonenstromes ausschneiden der die Fläche der Erde trifft (Siehe hierzu auch die Skizze). Über diesen Winkel können wir r_{S0} bestimmen. Es ergeben sich also folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} \tan\Omega &= \frac{r_E}{d_{SE}} \\ \tan\Omega &= \frac{r_{S0}}{r_S} \end{aligned}$$

Hieraus folgt $r_{S0} = \frac{r_S \cdot r_E}{d_{SE}}$ (alternativ geht das auch schneller über die Strahlensätze). Wir können die Fläche eines Kreises mit $A = \pi r^2$ berechnen. Für den Photonenstrom (Dichte der Photonen pro Fläche und Zeit, wobei wir die Zeit auf $1s$ normieren, womit diese nicht weiter betrachtet werden muss) gilt also $n = \frac{N}{A}$, oben haben wir bereits $N = A_1$ definiert, damit folgt für n_2 dem Photonenstrom der die Erde erreicht:

$$n_2 = \frac{N}{A_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi r_{S0}^2}{\pi r_E^2} = \left(\frac{r_S \cdot r_E}{d_{SE}}\right)^2 \frac{1}{r_E^2} = \frac{r_S^2}{d_{SE}^2}.$$

Da $n_1 = 1$ ist, folgt für das Verhältnis $\delta = \frac{n_2}{n_1} = n_2$. Als Zahlwert erhalten wir:

$$\delta = 2,15 \cdot 10^{-5}.$$

b)

Die Dimension von (1) ist $\frac{1}{Js}\frac{1}{m^2}$, wir möchten eine Leistung pro Quadratmeter berechnen, zuerst integrieren wir (1) über das gesamte Energieintervall, hieraus erhalten wir ein J für die Dimensionsbetrachtung, da wir jedoch hiermit keine Leistung pro Quadratmeter erhalten, müssen wir noch mit E multiplizieren, wir erhalten also für die Berechnung der abgestrahlten Leistung pro Quadratmeter:

$$P_{emitted,S} = \int_0^\infty n\left(E\right) E \, dE = \frac{2\pi}{c^2h^3}\int_0^\infty dE \, \frac{E^3}{\exp\left(\frac{E}{kT}\right)-1} = \frac{2\pi}{c^2h^3}\cdot\left(\frac{\pi^4}{15}k^4T^4\right) = \frac{2\pi^5k_B^4T^4}{15c^2h^3}.$$

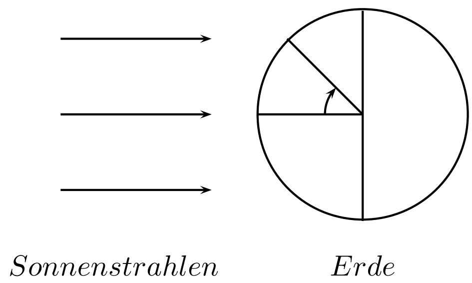
Dies liefert ein Ergebnis mit $P_{emitted,S} = 6,23018 \cdot 10^7 \, \frac{W}{m^2}$ (Wobei wir $T = 5762 \, K$ angesetzt haben, s. auch mathematica printout im Anhang).

Um die mittlere Leistung pro Quadratmeter zu erhalten, müssen wir nur mit dem in Aufgabenteil a) berechneten Faktor $\delta = 2,15 \cdot 10^{-5}$ multiplizieren und wir erhalten:

$$P_{incoming,E} = 6,248 \cdot 10^7 \cdot \delta \, \frac{W}{m^2} = 1345,17 \, \frac{W}{m^2} = 1,35 \, \frac{kW}{m^2}.$$

c)

Es ist die mittlere Leistung ohne Berücksichtigung der Atmosphäre (d.h. wir betrachten $AM0$), die in Deutschland (ca. 50. Breitengrad) ankommt zu bestimmen. (Skizze zum einfacheren pstricksen mit 45°)



Wir erhalten im Gegensatz zum Äquator, wo der Auftreffwinkel 0° beträgt durch die gekrümmte Form der Erde beim 50. Breitengrad eine verringerte Leistung, im Gegensatz zum Fall mit einer Atmosphäre ist hier nicht der Einfluss der erhöhten zu durchdringenden Airmass entscheidend sondern der geometrische Aspekt. Wir können zur Vereinfachung eine Tangente an die 50. Breitengrad-Linie legen (korrekter könnte man auch eine infinitesimale Krümmung bzw. Ausdehnung um den 50. Breitengrad betrachten, was jedoch keinen messbaren Unterschied liefern sollte) und dann den parallelen Photonenstromanteil berechnen, aus dem wir die Leistung erhalten, bzw. wenn wir den prozentualen Anteil berechnet haben, können wir dies direkt auf die mittlere Leistung übertragen.

Aus der Geometrie (siehe Skizze von Hand) erhält man für die x-Komponente $x = 0,766$ und für die y-Komponente $y = 0,643$. Wir müssen also unsere Leistung nur noch mit dem y-Faktor multiplizieren, wir erhalten hiermit $P_{inc,E,50^\circ} = 865\,\frac{W}{m^2}$.

Im Vergleich zum Wert mit der Berücksichtigung der Atmosphäre von $115\,\frac{W}{m^2}$ ist der gefundene Wert viel höher, d.h. die Atmosphäre bzw. Airmass schirmt einen großen Teil der Strahlung ab (durch den längeren Weg im Gegensatz zum Äquator fällt dies noch mehr ins Gewicht, wenn man eine Atmosphäre besitzt), daher ist es auch sinnvoll Satelliten und Raumstationen oder allgemein Raumfahrzeuge mit Technik auszustatten, die Energie aus der Strahlung der Sonne umsetzen kann.

d)

In Halbleitern existiert zwischen Valenzband und Leitungsband eine verbotene Zone, die Breite dieser Zone wird als E_g Gap bzw. Bandlücke bezeichnet. Solarzellen können nur Energie aufnehmen, die größer als E_g ist, da die Elektronen die verbotene Zone überwinden müssen. Da der die Größe des Gaps gleichzeitig ein Limit für die erreichbare Spannung darstellt, kann eine Solarzelle niemals 100% der Leistung aus der Sonnenenergie umsetzen. Es ist aus Gleichung (1) zu zeigen, dass die optimale Bandlücke $1,08\,eV$ beträgt.

Das allgemeine Vorgehen sieht zum Finden von Extrema die Ableitung und das Nullsetzen vor, wobei in diesem Falle sinnvollerweise nach E abgeleitet werden müsste, da der sich ergebende Term jedoch weder algebraisch noch sinnvoll numerisch gelöst werden kann, scheint der Weg nicht angebracht.

Die auf der Erde vorhandene optimale Bandlücke beträgt $1,3\,eV$ dies wird vermutlich verschiedene Gründe haben, einige mögliche Gründe sind Effekte wie die Nichtabsorption von Photonen oder die Rekombination von Elektronen mit Löchern. Andere Gründe bietet z.B. die Atmosphäre, wobei diese bestimmte Wellenlängen (Energien) bevorzugt filtert (da die Resonanzschwingungen der Gasmoleküle in der Atmosphäre die gleiche Frequenz haben [$\lambda\nu = c$ Frequenz ~ Wellenlänge]).

e)

Es ist der Wirkungsgrad der Solarzelle aus Aufgabenteil d) zu bestimmen, wenn jedes eintreffende Photon ein Elektron "erzeugt", wobei $1.58 \cdot 10^{26}$ Photonen pro Quadratmeter und Sekunde mit der Energie größer als $1,08\,eV$ absorbiert werden. Die Definition des Wirkungsgrades η lautet:

$$\eta = \frac{P_{el}}{P_{Licht}}.$$

Die einfallende Lichtleistung beträgt (siehe Aufgabenteil c) ohne Atmosphäre und gerundet) $P_{Licht} = 1\,\frac{kW}{m^2}$. Für die Leistung der Photonen über $1.08\,eV$ finden wir:

$$P_{el} = 1.58 \cdot 10^{26} \cdot 1.08\,eV = 2,734 \cdot 10^{7}\,\frac{W}{m^2}.$$

Dies stellt einen Widerspruch dar, da die einfallende Leistung geringer ist als die Leistung, die aus dem Prozess gezogen wird, d.h. die einfallende Leistung muss größer sein. Leider lässt sich so kein sinnvoller Wirkungsgrad bestimmen.

Warum der reale Wert soviel kleiner ist als der hier berechnete lässt sich dadurch beantworten, dass man wie bei Aufgabenteil d) die gleichen Probleme ausarbeitet, so wird bestimmt Rekombination auftreten und zudem ist die Idealisierung, dass jedes Photon ein Elektron "erzeugt" mit Vorsicht zu genießen, da die Wahrscheinlichkeit hierfür nicht 100% beträgt.

f)

Der Jahresenergieverbrauch Deutschlands beträgt etwa $10^{20}\,J$ (ca. 20% Strom). Es ist zu berechnen, ob bei einer Dachfläche von $A = 1000\,km^2$ und Solarzellen mit 30%igem Wirkungsgrad der Stromverbrauch Deutschlands gedeckt werden kann. Die einfallende Leistung pro m^2 beträgt $P_{Licht} = 1\,\frac{kW}{m^2}$ (siehe erste Vorlesung). Wir berechnen zuerst die Zeit, in der die Leistung wirkt, wobei wir ein Jahr betrachten, dies entspricht $1\,a = 365\,d = 365 \cdot 24\,h = 365 \cdot 24 \cdot 60\,min = 365 \cdot 24 \cdot 60^2\,s$ also haben wir eine Wirkungsdauer von $t_{ideal} = 3.1536 \cdot 10^{7}\,s$. Realistischer scheint ein Wert von ca. der Hälfte oder einem Drittel, da auf Grund von Wolken oder auch durch die Nacht nicht die volle Zeit durchgehend die Solarzellen mit maximaler Leistungsausbeute gefahren werden können. Wir können also vereinfachend $t_{wirk} = 10^{7}\,s$ annehmen. Für die Leistung, die wir aus einem m^2 erhalten finden wir durch die 30%ige Ausbeute, bzw. durch den Wirkungsgrad eine Leistung $P_{wirk} = 0,3 \cdot 10^{3}\,\frac{W}{m^2}$. Die Fläche die zur Energieumsetzung benutzt werden kann beträgt $A = 10^{9}\,m^2$. Für die erzeugte Energie im Jahr erhalten wir also:

$$E = P_{wirk} \cdot A \cdot t_{wirk} = 3 \cdot 10^{18}\,J.$$

Die Solarzellen können also, wenn alle Dächer eingedeckt wären ca. 3% des Energieverbrauches Deutschlands decken. Bezieht man dies nur auf den Stromverbrauch, so erhält man einen Wert von ca. 15%.

g)

Unser Ziel ist es nun die Stromversorgung Deutschland durch Solarzellen sicherzustellen, wobei wir die Energie-Speicherung über Wasserstoff wählen, hierbei treten folgende Wirkungsgrade auf: $\eta_{Elektrolyse} = 0,9$, $\eta_{Brennstoffzelle} = 0,6$, $\eta_{verfluessigung} = 0,8$ und $\eta_{solarzelle} = 0,3$, welche zu Verlusten führen. Wir müssen eine Energie von $E_{Deutschland} = 10^{20}\, J$ erreichen, wobei nur der Parameter A variiert werden darf. Für die neue Leistung, die durch die Energiespeicherung vermindert wird, erhalten wir $P = \eta_{all} \cdot P_{Licht}$, wobei η_{all} alle Wirkungsgrade vereint, wir erhalten als Zahlwert $P = 129,6\, \frac{W}{m^2}$. Wir stellen die Gleichung $E = PAt_{wirk}$ nach A um und setzen ein:

$$A = \frac{E}{Pt_{wirk}} = \frac{10^{20}}{129,6 \cdot 10^7}\, m^2 = 7,7 \cdot 10^{10}\, m^2,$$

Dies entspricht einer Fläche von $77160\, km^2$, wobei die Bundesrepublik Deutschland eine Staatsfläche von $357093\, km^2$ besitzt, dies würde also ca. $21,6\%$ der gesamten Staatsfläche entsprechen.