

9. Übung zur Vorlesung „Mathematik für Physiker I“

Wintersemester 2005/06

Prof. Dr. Robert Fittler
Anja Krech

Ausgabe: 02.01.06
Abgabe: 11.01.06

Aufgabe 1

Man berechne

- (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7}{x^2 + 3x - 1}$,
- (b) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{2-x} - \frac{12}{8-x^3} \right)$,
- (c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x})$,
- (d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^r - 1}{x - 1}$, für $r \in \mathbb{Q}$.

Hinweis: Man berechne in (d) zunächst den Grenzwert für $r \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie mit der „ ϵ - δ -Definition“, dass die Funktion

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f(x) = 3x^2 - 4x + 1 \end{aligned}$$

für alle $x_0 \in \mathbb{R}$ stetig ist.

Aufgabe 3

- (a) In welchen Punkten sind die folgenden beiden Funktionen $f_i : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $i = 1, 2$, unstetig? Bitte mit Begründung!

$$f_1(x) = [x], \quad [x] \in \mathbb{Z} \text{ mit } [x] < x \leq [x] + 1, \quad f_2(x) = \begin{cases} 1 & x \text{ irrational,} \\ 0 & x \text{ rational.} \end{cases}$$

- (b) Seien $f, g : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ stetige Funktionen mit

$$f(x) = g(x) \quad \text{für alle } x \in \mathbb{Q}.$$

Muss dann auch für irrationales $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = g(x)$ gelten?