7. Übung zur Vorlesung „Mathematik für Physiker I“

Wintersemester 2005/06

Prof. Dr. Robert Fittler
Anja Krech

Ausgabe: 5.12.05
Abgabe: 14.12.05

Aufgabe 1

(a) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine beschränkte Folge reeller Zahlen. Zeigen Sie, dass die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < 1$ absolut konvergiert.

(b) Zeigen Sie, dass die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

konvergent, aber nicht absolut konvergent ist.

Aufgabe 2

Untersuchen Sie die Konvergenz der folgenden Reihen:

(a) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$

(b) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$

(c) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{n+7}{n^2-5n+3}$

(d) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2+n}{n^3+1}$

Aufgabe 3

(a) Zeigen Sie, dass die Reihe

$$f(x) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} x^{2n+1}$$

für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < 1$ konvergiert.

(b) Wieviele Reihenglieder muss man in den Fällen $x = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{10}$ jeweils berücksichtigen, um $f(x)$ mit einer Genauigkeit von 10^{-6} zu berechnen?