

4. Übung zur Vorlesung „Mathematik für Physiker I“

Wintersemester 2005/06

Prof. Dr. Robert Fittler
Anja Krech

Ausgabe: 14.11.05
Abgabe: 23.11.05

Aufgabe 1

Berechnen Sie alle Lösungen von:

(a) $\sqrt{x+5} + \sqrt{x+3} = 2\sqrt{x+1}$

(b) $\left(\frac{4}{9}\right)^x \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{\ln 4}{\ln 8}$ (Mit \ln ist \log_e , e Eulersche Zahl, gemeint.)

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass $\log_3 15$ irrational ist.

Aufgabe 3

Beweisen Sie das Additionstheorem für den Sinus:

$$\sin(s+t) = \sin s \cos t + \cos s \sin t.$$

Hinweis: Sie können dabei wie im Beweis des Additionstheorems für den Cosinus aus der Vorlesung vorgehen (bzw. im Skript), oder, indem Sie $\sin t = \cos(t - \frac{\pi}{2})$ benutzen.

Aufgabe 4

Eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ heißt *gerade*, falls für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $f(x) = f(-x)$. Sie heißt *ungerade*, falls für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $f(x) = -f(-x)$.

- (a) Zeigen Sie: Jede Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ lässt sich auf genau eine Weise als Summe einer geraden und einer ungeraden Funktion darstellen, $f = g + u$. Dabei ist

$$g(x) = \frac{1}{2}(f(x) + f(-x)), \quad u(x) = \frac{1}{2}(f(x) - f(-x)).$$

- (b) Führen Sie diese Zerlegung für ein Polynom

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

durch.