

10. Übung zur Vorlesung „Mathematik für Physiker I“

Wintersemester 2005/06

Prof. Dr. Robert Fittler
Anja Krech

Ausgabe: 09.01.06
Abgabe: 18.01.06

Aufgabe 1

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^n} = 0 \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x^n} = 0.$$

Für welche $n \in \mathbb{N}$ besitzt die Gleichung $f(x) = x^n$ mindestens eine Lösung in \mathbb{R} ?

Tipp: Machen Sie eine Skizze für $n = 1, 2, 3$.

Aufgabe 2

(a) Sind die beiden stetigen Funktionen

$$f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty), \quad f^{-1} : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$$
$$x \mapsto x^2 \qquad \qquad \qquad x \mapsto \sqrt{x}$$

gleichmäßig stetig?

(b) Ist die Produktfunktion zweier gleichmäßig stetiger Funktionen gleichmäßig stetig?

Aufgabe 3

(a) Berechnen Sie mit Hilfe der Definition die Ableitung der Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto 3x^2 - 2x + 7.$$

(b) Bestimmen Sie für die Funktion

$$f : \left[\frac{5}{4}, \infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \sqrt{5x - 4}$$

die Gleichungen der Sekanten für $x_0 = 1$ und $h = \Delta x = 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{10}; -\frac{1}{10}$.
Gewinnen Sie aus der Sekantengleichung durch Grenzwertbildung die
Tangentengleichung im Punkt x_0 . Bitte mit Skizze!