

1. Übung zur Vorlesung „Mathematik für Physiker I“

Wintersemester 2005/06

Prof. Dr. Robert Fittler
Anja Krech

Ausgabe: 24.10.05
Abgabe: 02.11.05

Termine und Orte der Übungsgruppen

Alle Übungsgruppen finden in der Arnimallee 14, im Physikgebäude, statt.

Zeit	Ort	Tutor
Mo 10-12	FB-Raum (1.1.16)	Friedrich
Mo 14-16	FB-Raum (1.1.16)	Friedrich
Di 12-14	SR E2 (1.1.53)	Steffen
Fr 10-12	SR E2 (1.1.53)	Steffen
Fr 14-16	SR E3 (1.4.31)	Anja

Die Abgabe der Übungsaufgaben soll möglichst in Zweiergruppen erfolgen, wobei beide Partner dasselbe Tutorium besuchen müssen bzw. Tutorien bei demselben Tutor.

Aufgabe 1

(a) Schraffieren Sie in einem Venn-Diagramm folgende Mengen:

- (i) $A \cap (B \cup C)$
- (ii) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
- (iii) $A \cup (B \cap C)$
- (iv) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

(b) Berechnen Sie $A \setminus B$ für:

- (i) $A = \mathbb{N}$, $B = \{x : x \in \mathbb{N}, x > 7\}$
- (ii) $A = \{x : x \in \mathbb{Z}, -16 \leq x \leq 16\}$, $B = \{x^2 : x \in \mathbb{Z}, -4 \leq x \leq 10\}$
- (iii) $A = \{x : x \in \mathbb{R}, x^2 < 2\}$, $B = \{x : x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 1\}$

Aufgabe 2

Es seien A und B Mengen. Zeigen Sie:

$$(A \setminus B) \cup (A \cap B) = (A \cup B) \setminus (B \setminus A) = A.$$

Bitte wenden!

Aufgabe 3

(a) Welche der folgenden Abbildungen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sind injektiv, surjektiv oder bijektiv? Bitte mit Begründung!

(i) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$

(ii) $f(x) = 2^x + 1$

(iii) $f(x) = 7x^3$

(iv) $f(x) = 1 - \cos 2x$

(b) Zeigen Sie für zwei Abbildungen $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$:

Aus $g \circ f$ bijektiv folgt f injektiv und g surjektiv.

Gilt auch die Umkehrung?

Aufgabe 4

Beweisen Sie für $x, y \in \mathbb{R}$:

(a) $x < y \implies x^3 < y^3$

(b) $xy \leq \epsilon x^2 + \frac{1}{\epsilon} y^2, \quad \epsilon > 0$