13. Übung (Abgabe Di. 13. Februar 2007 zu Beginn der Übung bzw. Vorlesung)

---

48. Grundzustand und Magnetismus von Übergangs- und Seltene-Erd-Elementen

(a) Beweisen Sie, dass für die Brillouin-Funktion gilt: $B_J(x) = 1$ für $x \to \infty$.

(b) Bestimmen Sie in Russel-Saunders-Kopplung (Hund'sche Regeln) für die freien Ionen Mn^{3+}, Pr^{3+}, Eu^{3+}, Eu^{2+}, Tm^{3+} und Tm^{2+} den Grundzustand $^{2S+1}L_J$, die effektive Anzahl Bohr'scher Magnetonen p sowie das Sättigungsmoment $M_{sat} = M(x\to\infty)$, wobei $x = \mu_B B_0/kT$. Zeichnen Sie jeweils ein Kästchendiagramm.

(c) Begründen Sie, warum die Werte für Eu^{3+} und Mn^{3+} stark von den experimentellen Werten $p_{exp}^{Eu^{3+}} = 3.4$ und $p_{exp}^{Mn^{3+}} = 4.9$ abweichen.

(3 Punkte)

49. Paramagnetismus für S = 1

(a) Berechnen Sie die Magnetisierung als Funktion des äußeren Magnetfeldes B_0 und der Temperatur für ein System mit Spin $S = 1$, magnetischem Moment µ und Konzentration n.

(b) Zeigen Sie, dass für $\mu_B B_0 << kT$ gilt: $M = \frac{2n\mu^2}{3kT} B$.

(2 Punkte)

50. Wärmekapazität verdünnter magnetischer Legierungen

Zeigen Sie, dass der magnetische Anteil der Wärmekapazität einer paramagnetischen Legierung gegeben ist durch:

$$C_{para} = Nk_B \frac{x^2}{\cosh^2 x}, \quad x = \frac{\mu B_0}{kT},$$

wobei µ das magnetische Moment und N die Anzahl der paramagnetischen Ionen bezeichnet.
<u>Hinweis</u>: Benutzen Sie für die Herleitung ein Zwei-Niveau-Modell wie in der Vorlesung beim Curie-Gesetz.

(2 Punkte)

51. Paramagnetismus von freien Elektronen (Pauli Paramagnetismus)

Der Energiezustand eines freien Elektrons spaltet in einem Magnetfeld B_0 auf: $\Delta E = \pm\mu_B B_0$ für $s = \pm½$. Da dies für alle freien Elektronen gleichermaßen gilt, verschiebt sich das ganze Leitungsband entsprechend (siehe Folien 26, Blatt 3). Werden die Zustände nun bis zu E_F aufgefüllt, so ergibt sich eine Asymmetrie zwischen der Konzentration der Elektronen n_+ mit Spin $s = +½$ und derjenigen mit Spin $s = -½$ (n_-). Berechnen Sie die daraus resultierende Magnetisierung $M = -\mu_B (n_+ - n_-)$ in der Näherung $kT, \mu_B B_0 << E_F$. Dies ergibt die paramagnetische Pauli Suszeptibilität: $\chi_{Pauli} = \mu_0 \mu_B^2 D(E_F)$

<u>Hinweis:</u> Die Elektronendichte ist in der Näherung freier Elektronen gegeben durch:
$n = \int_0^\infty D(E) f(E,T) dE$. *Um $n_\pm$ zu erhalten muss die Verschiebung durch B_0 berücksichtigt werden. Weiter gilt für kT, $\Delta E << E_F$ die Näherung* $f(E \pm \Delta E, T) = f(E,T) \mp \Delta E\, \delta(E - E_F)$, *wobei* $\delta(E - E_F)$ *die Deltafunktion ist.*

(2 Punkte)