

10. Übung (Abgabe Di. 16. Januar 2007 zu Beginn der Übung bzw. Vorlesung)**37. Fermi-Flächen in 2-D**

Es sei ein zweidimensionales Rechteckgitter mit Gitterkonstanten a und $b = 2a$ gegeben.

- Zeichnen Sie die ersten vier Brillouin-Zonen.
- Zeichnen Sie die Fermi-Flächen im periodischen Zonenschema für den Fall, dass der Fermi-Wellenvektor in $[1\ 1]$ -Richtung gerade bis zum Rand der ersten Brillouin-Zone geht.

(3 Punkte)

38. Indirekte Übergänge

Das Leitungsbandminimum von Germanium (Gitterkonstante $a = 5.658 \text{ \AA}$, Bandlücke $E_g(80 \text{ K}) = 0.722 \text{ eV}$) liegt genau am L -Punkt im reziproken Raum. Ein indirekter optischer Übergang ist daher nur mit Hilfe von Phononen möglich. Bestimmen Sie für einen indirekten optischen Übergang in das Leitungsbandminimum anhand der Phononendispersionsrelation von Germanium (Folien 10, Blatt 1) die maximale Anzahl der möglichen Übergänge unter Vernachlässigung von Auswahlregeln (d.h. alle möglichen Übergänge sind auch erlaubt) sowie die dazugehörigen Laser-Wellenlängen.

Hinweis: Bestimmen Sie die Phononenfrequenzen mit einer Genauigkeit von $2 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$. Nehmen Sie weiter an, dass die Phononendispersion in der Nähe vom L -Punkt konstant ist.

(2 Punkte)

39. Herleitung der Bewegungsgleichung aus der Heisenberg-Darstellung

Leiten Sie die Bewegungsgleichung für Bloch-Elektronen unter Einfluss einer äußeren, konstanten Kraft \vec{F} her:

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{1}{\hbar} \vec{F}.$$

Benutzen Sie dazu die Heisenberg-Darstellung für die Zeitableitung eines Operators A :

$$\frac{dA}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H, A], \text{ mit } H = H_0 - \vec{F} \cdot \vec{r}.$$

H_0 ist hier der translationsinvariante Hamilton-Operator des ungestörten Systems, d.h. es gilt $[H_0, T] = 0$ mit dem Translationsoperator T : $Tf(\vec{r}) = f(\vec{r} + \vec{T})$, wobei \vec{T} ein Gittervektor ist und f eine beliebige Funktion.

- Zeigen Sie, dass der Translationsoperator für Bloch-Wellen gegeben ist durch: $T = e^{i\vec{k} \cdot \vec{T}}$.
- Leiten Sie nun die Bewegungsgleichung her, indem Sie in der Heisenberg-Darstellung den Operator A durch T ersetzen.

(2 Punkte)