

7. Übung (Abgabe Di. 12. Dezember zu Beginn der Übung bzw. Vorlesung)

26. Kinetische Energie des freien Elektronengases

Zeigen Sie, dass die kinetische Energie des freien Elektronengases (in drei Dimensionen) bei $T = 0$ K gegeben ist durch:

$$U_0 = \frac{3}{5} N E_F.$$

(2 Punkte)

27. Freies Elektronengas von Lithium und Blei

Von den Materialien Li und Pb sind folgende Daten gegeben:

Material	ρ (g cm ⁻³)	M (g mol ⁻¹)	Struktur	Wertigkeit
Li	0.53	6.939	bcc	1
Pb	11.34	207.19	fcc	4

Berechnen Sie für beide Festkörper die Dichte der freien Elektronen, die Fermi-Energie, den Fermi-Wellenvektor, die Fermi-Geschwindigkeit sowie die Fermi-Temperatur.

(2 Punkte)

28. Freie Elektronen im quadratischen und im kubischen Gitter

- (a) Zeigen Sie für ein einfach quadratisches Gitter in 2-D, dass die kinetische Energie eines freien Elektrons am Eckpunkt der ersten Brillouin-Zone um den Faktor 2 größer ist als am Mittelpunkt der Seitenkante.
- (b) Welcher Faktor ergibt sich im Fall eines einfach kubischen Gitters (3-D) zwischen Eckpunkt und Mittelpunkt der Seitenfläche?
- (c) Wie könnte sich das Resultat von (b) auf die Leitfähigkeit eines divalenten Metalls auswirken?

Hinweis: Divalent bedeutet, dass zwei Elektronen pro Atom abgegeben werden. Betrachten Sie die Bandfüllung für die beiden Richtungen im reziproken Raum.

(3 Punkte)

29. Zustandsdichte eines freien Elektronengases in einer Dimension

Man berechne die Zustandsdichte eines eindimensionalen Gases freier Elektronen in einem sogenannten Quantendraht mit den Randbedingungen: $\psi(x,y,z) = 0$ für $|x| > a$ und $|y| > b$, wo a und b atomare Dimensionen haben, sowie periodische in z -Richtung: $\psi(x,y,z+L) = \psi(x,y,z)$.

- (a) Zeigen Sie, dass die Energie in 1-dim. Subbänder aufspaltet, d. h. $E(k)$ geschrieben werden kann als:

$$E(k) = E_{n_1, n_2} + \frac{\hbar^2}{2m} k^2$$

- (b) Berechnen Sie nun die Zustandsdichte gemäß der Formel: $D(E) = \frac{dN}{dk} \frac{dk}{dE} = D(k) \left(\frac{dE}{dk} \right)^{-1}$:

$$D(E) = \frac{2L}{\pi} \left[\frac{m}{2\hbar^2 (E - E_{n_1, n_2})} \right]^{1/2}$$

Hinweise: Bestimmen Sie zuerst die Quantisierungsbedingung für die xy-Ebene. Dies ergibt die diskreten Energiewerte E_{n_1, n_2} . Berechnen Sie dann $D(k)$ entlang der z -Richtung.

(3 Punkte)