Abgabe: 24.1.2008

WS 2007/8

Übungen zu 'Kern- und Teilchenphysik I'

(H.-E.Mahnke, M.P.Heyn, R.Püttner)

Übung 12:

Aufgabe 42: Schalenmodell

Im Schalenmodell wird ein Kern näherungsweise als ein System voneinander unabhängiger Nukleonen in einem mittleren Zentralpotential V(r) beschrieben.
Wählt man für V(r) das Potential eines harmonischen Oszillators [$V(r) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$], so ergeben sich für das Nukleon die Energieeigenwerte

$$E_{n,l} = (\lambda + 3/2)\,\hbar \cdot \omega \qquad \text{mit } \lambda \equiv 2(n-1)+l = 0,1,2,...$$

[n = 1,2,3,... = Radialquantenzahl; l = 0,1,2,... = Bahndrehimpuls]

Jeder Zustand mit l ist (2l+1)-fach entartet und kann nach dem Pauli-Prinzip mit $\nu = 2(2l+1)$ Teilchen vom Spin ½ besetzt werden. Erläutern Sie das Niveauschema (siehe Skript): Niveaus mit Drehimpuls und Parität, Niveauabstand, Entartung, Besetzungszahlen, Schalenabschlüsse.

Die magischen Zahlen werden erst durch ein realistischeres Zentralpotential (z.B. Wood-Saxon-Potential) sowie die Berücksichtigung der Spin-Bahn-Wechselwirkung richtig wiedergegeben. Mit dem Ansatz $V(r) + V_{ls}(r) \cdot \bar{l} \cdot \bar{s}$ ergibt sich das in der Vorlesung diskutierte Niveauschema des Schalenmodells für Protonen und Neutronen (s. Skript).

Geben Sie für die doppelt magischen Kerne ^{4}He, ^{16}O, ^{40}Ca, ^{48}Ca und ^{208}Pb die Niveaubezeichnung (nlj) der letzten j-Schale an.

Geben Sie die Gesamtkonfiguration $(\nu\, n\, l\, j)^\kappa\, (\pi\, n'\, l'\, j')^\lambda$ sowie Spin und Parität I^π für die folgenden Kerne an: ^{3}H, ^{7}Li, ^{11}B, ^{13}C, ^{13}N, ^{15}N, ^{17}O, ^{19}F, ^{39}Ca, ^{209}Pb und ^{209}Bi.
[κ, λ = Besetzungszahlen für die letzte Neutronen (ν)- bzw. Protonen (π)-Unterschale]

(4 Punkte)

Aufgabe 43: Magnetisches Moment im Schalenmodell

Das Isotop ^{210}Po besitzt als niedrigste Zustände, aufbauend auf dem Grundzustand mit $I^+=0^+$ und mit deutlich Energieabstand, die Zustände mit Kernspin und Parität 2^+, 4^+, 6^+, 8^+. Das magnetische Moment des 8^+-Zustands ist gemessen (vgl. Skript). Das magnetische Moment des stabilen Kerns ^{209}Bi mit Kernspin und Parität $9/2^-$ ist ebenfalls bekannt, es beträgt $\mu = 4.1106(2)\mu_n$. Beschreiben Sie die Po-Zustände nach dem Schalenmodell, berechnen Sie das magnetische Moment und den g-Faktor des 8^+- Zustands unter Benutzung des Moments des benachbarten ^{209}Bi und vergleichen Sie ihn mit dem experimentellen Wert von g = +0.919(6).
(Hinweis: vgl. Übung 11, Aufgabe 38).

(4 Punkte)

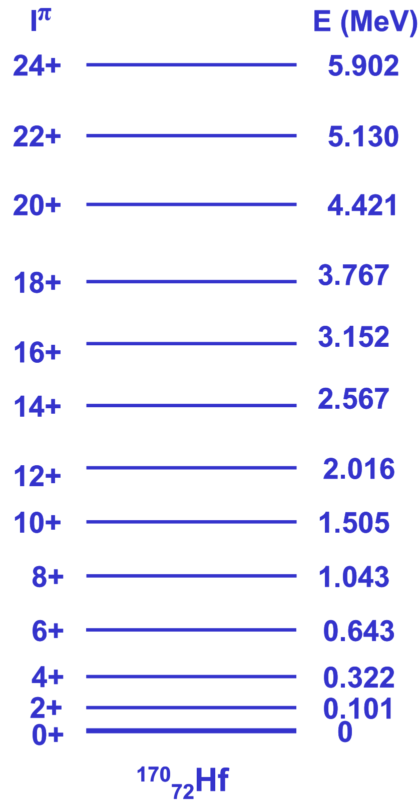
Aufgabe 44: Rotationszustände

a) Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt aus dem gemessenen Anregungsspektrum des gg-Kerns ^{170}Hf. Kann das Spektrum im Einteilchen-Schalenmodell gedeutet werden? Was spricht dafür, diese Energiezustände als Rotationszustände mit den Eigenwerten

$$E_I = \hbar^2/(2\Theta) \cdot I(I+1)$$

anzusehen? Drücken Sie dazu die Anregungsenergie mit I>2 durch die gemessene Energie des ersten angeregten Zustands (E_{2+}) aus und vergleichen Sie diese mit den experimentellen Werten. Benutzen Sie E_{2+}, um das Trägheitsmoment Θ des Kerns zu bestimmen. Vergleichen Sie diesen Wert mit dem Trägheitsmoment eines starren, kugelförmigen Rotators.

(3 Punkte)



Aufgabe 45: „Schwere“ Masse – Test der Relativitätstheorie

Pound und Rebka (PRL 4 (1960)337) haben 1960 mit Hilfe des Mössbauer-Effekts am ^{57}Fe einen erfolgreichen Test der Relativitätstheorie durchgeführt, indem sie die Energieänderung eines γ -Quants im Schwerefeld der Erde über einen Höhenunterschied von 23 m über die Verschiebung der Resonanzabsorption bestimmt haben. Berechnen Sie mit diesen Angaben die relative Energieänderung, die sich durch die Gravitation ergibt, und vergleichen Sie sie mit der natürlichen Linienbreite (Energie des Mössbauer-Übergangs 14 keV, mittlere Lebensdauer τ = 140 ns). Wie ändert sich dieser Vergleich, wenn das Experiment am ^{67}Zn mit einer Übergangsenergie von 93 keV und einer Halbwertszeit von $T_{1/2}$ = 9.3 µs wiederholt werden würde?

(3 Punkte)