Heiko Dumlich 7. Februar 2008

13 Übungsblatt Kern und Teilchenphysik

13.1 (Alpha-Drehimpulsbarriere)

a)

Es treten die folgenden Drehimpulsänderungen beim α-Zerfall von ^{210}Bi zu ^{206}Tl auf,

$$
\begin{aligned}
9^- &\rightarrow 1^- \quad \text{mit} \quad \Delta l = 8 \\
9^- &\rightarrow 2^- \quad \text{mit} \quad \Delta l = 8 \\
9^- &\rightarrow 0^- \quad \text{mit} \quad \Delta l = 10
\end{aligned}
$$

wobei der letzte Übergang auf Grund der höheren Drehimpulsbarriere stark unterdrückt ist. Die Drehimpulsbarriere geht ca. mit

$$V_l = \frac{l\,(l+1)\,\hbar^2}{2mr^2}$$

$m = \frac{m_K m_\alpha}{m_K + m_\alpha}$. Die Begründung für $\Delta l = 8$ für den $9^- \rightarrow 2^-$ Übergang folgt daraus, dass der Drehimpuls gerade (und mindestens $\Delta l = 7$) sein muss, was aus der positiven Parität des α-Teilchens folgt. Die Drehimpulsbarriere für die zwei auftretenden Übergänge sind gleich, daher sind ihre Energien auch ähnlich. Die Höhe des Coulomb-Walls kann mit der Faustformel

$$V_c = \frac{Z_1 Z_2}{A^{\frac{1}{3}}}$$

abgeschätzt werden, wobei $A = 210$, $Z_1 = 2$ und $Z_2 = 83$, woraus sich ein V_c von ca.

$$V_c \approx 27.93\,\mathrm{MeV}$$

ergibt. Der Faktor, der sich aus der Drehimpulsbarriere ergibt ist

$$
\begin{aligned}
V_8 &= 72\frac{\hbar^2}{2mr^2} \\
V_{10} &= 110\frac{\hbar^2}{2mr^2}
\end{aligned}
$$

der Faktor ist also für $\Delta l = 10$ ca. 1.5 mal höher als für $\Delta l = 8$. Die Halbwertszeiten für die Übergänge mit $\Delta l = 8$ betragen ca. $t_{1/2} \approx 10^7 - 10^8\,\mathrm{s}$. Der Übergang $\Delta l = 10$ mit ca. 4.6 MeV hat dahingegen eine Halbwertszeit von ca. $t_{1/2} \approx 10^9 - 10^{10}$ und ist somit um ca den Faktor 100-1000 länger. D.h. also auch sehr viel unwahrscheinlicher.

b)

Dies lässt sich zum einen über die Zerfallsarten, einmal β-Zerfall und einmal α-Zerfall und zum anderen über die Drehimpulsbarriere erklären. Da wir von 1^- nach 0^- kommen müssen, ist wie bereits in **a)** begründet ein $\Delta l = 2$ nötig, wohingegen der Zerfall von $1^- \rightarrow 0^+$ mit $\Delta l = 0$ auskommt. Somit ist auch die Lebensdauer für den β-Zerfall mit 5 d viel geringer als für den α-Zerfall.

c)

Wir hätten einen Gamma-Zerfall mit $\Delta l = 8$. Der Zustand hat eine Lebensdauer von $10^6 \cdot 10^8\,\mathrm{s} \approx 10^{14}\,\mathrm{s}$. Dies ist also stark unterdrückt im Vergleich zu den α-Zerfällen mit $t_{1/2} \approx 10^7 - 10^8\,\mathrm{s}$.

d)

Aus dem Einteilchen-Schalenmodell finden wir:

$$\left(\pi\, 1h\frac{9}{2}\right)^1 \quad \text{und} \quad \left(\nu\, 2g\frac{9}{2}\right)^1$$

dies liefert 9^-.

13.2 (Neutrino-Rückstoß-Gamma-Rückstoß)

Beim EC erhält der Kern den Impuls (ausgesandtes Neutrino)

$$p_\nu = \frac{E_\nu}{c}$$

($E_\nu = 950\,\mathrm{keV}$) die darauffolgende Gammaemission führt zum Impuls

$$p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c}$$

($E_\gamma = 961\,\mathrm{keV}$) nun unterscheiden wir die zwei Fälle, dass γ und ν in gleicher oder entgegengesetzter Richtung ausgesandt wurden. Es ergibt sich somit für den übertragenen Gesamtimpuls

$$p_{R\pm} = p_\nu \pm p_\gamma$$

die übertragene Energie ist dann:

$$E_{R\pm} = \frac{p_{R\pm}^2}{2M}$$

dies liefert dann:

$$\begin{aligned} E_{R+} &= \frac{(E_\nu + E_\gamma)^2}{2Mc^2} = 12\,\mathrm{eV} \\ E_{R-} &= \frac{(E_\nu - E_\gamma)^2}{2Mc^2} = 4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{eV} \end{aligned}$$

Für die natürliche Linienbreite des 961 keV Zustandes gilt

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$$

mit einer Lebensdauer von $\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} = 3 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{s}$ folgt also:

$$\Gamma = 10^{-1}\,\mathrm{eV}$$

für die natürliche Breite der Absorption. D.h. nur für den Fall dass die Emissionsrichtungen von Neutrino und γ-Quant entgegengesetzt sind, ist eine Absorption möglich. Somit kann über dieses Experiment die Helizität des Neutrinos bestimmt werden, da das γ-Quant den Drehimpuls 1 besitzt, müssen die Spins von Elektron und Neutrino entgegengesetzt zum Spin des emittierten Quants sein, zusätzlich wissen wir bereits, dass bei der Messung nur entgegengesetzt emittierte Neutrinos zu γ-Quanten gemessen werden, daher kann über die bekannte Helizität des γ's (kann man durch andere Messungen finden), die Helizität des Neutrinos bestimmt werden.

13.3 (Zerfallstypen)

Es ist auf Grund der hohen Polaritätsänderung davon auszugehen, dass der 5^--Zustand des ^{80}Br nur über γ-Zerfall in den Grundzustand übergehen wird. Die restlichen möglichen Zerfälle betrachten wir alle als möglich:

$$\begin{array}{rcc}
Br:\ 5^- \rightarrow 2^- & \text{mit } \gamma & \Delta l = 3 \\
Br:\ 2^- \rightarrow 1^- & \text{mit } \gamma & \Delta l = 1 \\
Br \rightarrow Se: 1^- \rightarrow 0^+ & \text{mit } \beta^+ & \Delta l = 2 \\
Br \rightarrow Se: 2^- \rightarrow 2^+ & \text{mit } \beta^+, EC & \Delta l = 1 \\
Br \rightarrow Se: 2^- \rightarrow 0^+ & \text{mit } \beta^+ & \Delta l = 3 \\
Br \rightarrow Kr: 1^- \rightarrow 0^+ & \text{mit } \beta^- & \Delta l = 2 \\
Br \rightarrow Kr: 2^- \rightarrow 2^+ & \text{mit } \beta^- & \Delta l = 1 \\
Br \rightarrow Kr: 2^- \rightarrow 0^+ & \text{mit } \beta^- & \Delta l = 3
\end{array}$$

man muss beachten, dass EC nur für niedrige Energien auftreten wird, wobei β^+ min. $2m_e = 2 \cdot 511\,\mathrm{keV} = 1.022\,\mathrm{MeV}$ als Energieschwelle besitzt um aufzutreten, da jedoch der Q-Wert zwischen Br und Se bereits 1.87 MeV beträgt, ist der β^+-Zerfall theoretisch für alle Übergänge möglich, wobei jedoch auch EC nicht verboten ist, für Fälle, in denen sie vermutlich ungefähr in gleicher Größenordnung auftreten werden, stehen beide Zerfallsarten da.

Als Folgeprozesse sind möglich (für $Br:\ 5^- \rightarrow 2^-$ alle aus $Br: 2^-$ folgenden, sowie von $Br:\ 2^- \rightarrow 1^-$ alle aus $Br: 1^-$ folgenden):

$$\begin{array}{rcc}
Se: 2^+ \rightarrow 0^+ & \text{mit } \gamma & \Delta l = 2 \\
Kr: 2^+ \rightarrow 0^+ & \text{mit } \gamma & \Delta l = 2
\end{array}$$

13.4 (β-Spektrum)

Die Form des β-Spektrums ist gegeben über die Verteilungsfunktion

$$N(p)\ dp = Cp^2 \left(E_0 - T\right)^2\ dp \tag{1}$$

mit $T = (\gamma - 1)\, m_0 c^2$.

a)

Es gilt für die relativistische Kinematik:

$$E = m_0 c^2 + T = \gamma m_0 c^2 \Leftrightarrow T = E - m_0 c^2$$

und

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2 \Leftrightarrow p^2 c^2 = E^2 - m_0^2 c^4$$

somit also

$$p^2 = \frac{1}{c^2}\left(2m_0 c^2 T + T^2\right)$$

hieraus folgt:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{d}{dT}\frac{1}{c}\sqrt{2m_0 c^2 T + T^2} = \frac{2}{2c}\frac{m_0 c^2 + T}{\sqrt{2m_0 c^2 T + T^2}}$$

oder umgeschrieben:

$$dp = \frac{1}{c}\frac{m_0 c^2 + T}{\sqrt{2m_0 c^2 T + T^2}} dT$$

setzen wir dies nun zusammen ergibt sich:

$$p^2 dp = \frac{1}{c^3}\sqrt{2m_0 c^2 T + T^2}\left(m_0 c^2 + T\right) dT$$

einsetzen in (1) liefert:

$$N(T)\ dT = \frac{C}{c^2}\left(2m_0 c^2 T + T^2\right)\left(E_0 - T\right)^2\ dT$$

unter der Annahme dass die Neutrinomasse 0 sei liefert das mit $m_0 = 0$:

$$N(T)\ dT = \frac{C}{c^2} T^2 \left(E_0 - T\right)^2\ dT$$

b)

Die Formel wurde bereits in **a)** hergeleitet und ergibt sich mit

$$N(T)\ dT = \frac{C}{c^2}\left(2m_0 c^2 T + T^2\right)\left(E_0 - T\right)^2\ dT$$

eine grobe Skizze befindet sich in Abbildung (1).

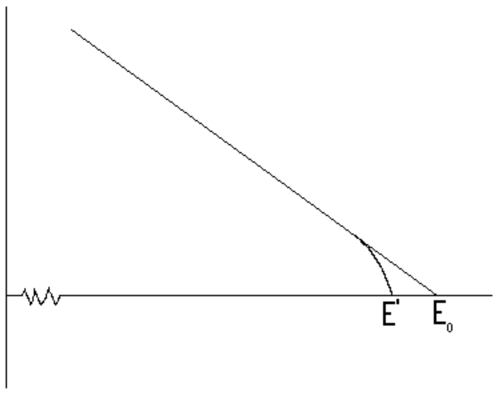

Abbildung 1: Skizze zur Bestimmung der Neutrinomasse der Schnittpunkt mit E_0 stellt den Fall von einer verschwindenen Neutrinomasse dar (gerade mit der Formel aus **a)**), während E' den Schnittpunkt für ein massebehaftetes Neutrino darstellt mit $E' = E_0 - m_\nu c^2$. (Formel aus **b)**).