FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
Fachbereich Physik
Übungen zur Vorlesung
''Einführung in die Physik der Atome und Moleküle I'' (SoSe 2007)
- Prof. Karsten Heyne -
Aufgabenblatt 7 vom 30.05.2007

Abgabe bei Dr. Stefan Weber, Webers@physik.fu-berlin.de
vor Freitag 07.06.2007, 12.00 h.

Aufgabe 7—1 (1 Punkte)

Zeigen Sie, dass für die Zeitabhängigkeit eines Erwartungswertes gilt:

$$\frac{d}{dt} < u >= \frac{1}{i\hbar} < [u, H] > + < \frac{\partial u}{\partial t} >$$

Hinweis: H ist hermitisch.

Aufgabe 7—2 (2 Punkte)

Berechnen Sie die Länge des Uebergangsdipolmoments für einen $2p_z \rightarrow 2s$ Übergang zwischen zwei wasserstoffähnlichen Zuständen (Kernladung Z). Wir nehmen an, dass $Z = 2$ und dass $\left|\overrightarrow{\underline{\mu}}\right|$ als Produkt der elektronischen Ladung und eines effektiven Abstandes über den das Elektron sich bei dem Übergang bewegt interpretiert werden kann. Wie gross ist dieser Abstand?

Aufgabe 7—3 (6 Punkte)

(a) Beweisen Sie das

$$(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r})(\hat{\epsilon} \cdot \overrightarrow{p}) = \frac{1}{2}\left[(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r})(\hat{\epsilon} \cdot \overrightarrow{p}) + (\hat{\epsilon} \cdot \overrightarrow{r})(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{p})\right] + \frac{1}{2}\left[(\overrightarrow{k} \times \hat{\epsilon})(\overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p})\right]$$

(b) Zeigen Sie dass:

$$\frac{1}{2}\left[(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r})(\hat{\epsilon} \cdot \overrightarrow{p}) + (\hat{\epsilon} \cdot \overrightarrow{r})(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{p})\right]$$

zum elektrischen Quadrupol-Übergangsmoment Q_{ij} führt.

Hinweis: Verwenden Sie, dass $\overrightarrow{p} = \frac{im}{\hbar}[H_0, \overrightarrow{r}]$ und das Ψ_m und Ψ_k Eigenfunktionen von H_0 sind. Ausserdem gilt: $\overrightarrow{k} \cdot \hat{\epsilon} = 0$.

(c) Leiten Sie, ausgehend von Q_{ij}, die Auswahlregeln für elektrische Quadrupolübergänge her (Berechnen Sie analog zur VL Δm, verwenden Sie die Parität und nutzen Sie die Ergebnisse zur Berechnung von $\Delta\ell$).

(d) Die Herleitung der Auswahlregeln für magnetische Dipolübergänge ist einfacher, da die Anfangs- und Endzustände Eigenfunktionen von L^2 und L_z sind. Für L_x L_y ist es wieder ratsam mit Hilfe von L_+, L_- zu rechnen. Wie lauten die Auswahlregeln für magnetische Dipolübergänge?

Aufgabe 7—4 (1 Punkte)

Zeigen Sie, dass für das Betragsquadrat des Skalarproduktes $\kappa = |\hat{\varepsilon} \cdot \overrightarrow{\underline{\mu}}|^2$ bei linearer Polarisation $\hat{\varepsilon} = (0, 0, 1)$ und isotroper Verteilung der $\overrightarrow{\underline{\mu}}$ Vektoren im Raum gilt:

$$\overline{\kappa} = \frac{1}{3}.$$

Dabei beschreibt $\overline{\kappa}$ die Mittelung über alle Raumrichtungen ϑ und φ. Anmerkung: Normierungsfaktor nicht vergessen.